

## **Espaços Métricos** **Bruno Scárdua**

### **1. Descrição**

Este é um curso introdutório à teoria dos Espaços Métricos. Trata-se de um curso de nível médio, contemplando a teoria dos espaços métricos em seus aspectos mais fundamentais, cobrindo os principais conceitos e resultados, até as propriedades características dos espaços métricos compactos. Tal curso é indicado para estudantes de Economia, Computação, Matemática, Física e outras áreas afins, uma vez que a noção de métrica e distância é fundamental nas áreas acima e em suas áreas de aplicação.

Este curso divide-se em duas partes. Um primeira parte introdutória, na qual são apresentados os conceitos e exemplos básicos de espaços métricos, suas principais propriedades e primeiras aplicações. Na segunda parte inicia-se um estudo mais avançado da teoria dos espaços métricos, na qual tratamos dos espaços métricos completos e dos espaços métricos compactos. Os teoremas de Cantor-Tychonov, Bolzano-Weierstrass e Stone-Weierstrass são estabelecidos, assim como algumas de suas aplicações à Matemática aplicada e à Economia são obtidas.

O Curso apresenta uma duração de 24 Horas, divididas em 12 blocos de 2 Horas. Listas de exercícios, sendo várias destas com sugestões para os problemas mais avançados, servirão de suporte e guia ao efetivo aprendizado.

Seguiremos a seguinte ementa:

### **2. Ementa do Curso**

**Capítulo 1 (2 x 2h). Espaços Métricos: motivação, definição, exemplos, isometrias, distância entre conjuntos, bolas e esferas.**

**Capítulo 2 (2 x 2h).** Elementos de Análise: funções contínuas e noções fundamentais da topologia, conjuntos abertos e fechados, métricas equivalentes, transformações lineares.

**Capítulo 3 (2 x 2h).** Limites e continuidade: sequências, limites de funções, continuidade e continuidade uniforme, aplicações.

**Capítulo 4 (3 x 2h).** Espaços métricos completos: sequências de Cauchy, espaços de Banach, espaços de Hilbert, completamento de um espaço, extensão de aplicações contínuas, Teorema de Baire, teorema das aproximações sucessivas e aplicações.

**Capítulo 5 (3 x 2h).** Espaços métricos compactos: espaços compactos, Teorema de Cantor-Tychonov, equicontinuidade, Teoremas de Stone-Weierstrass e aplicações.

### **3. Pré-requisitos**

Recomenda-se um curso básico de Análise real, ao menos um primeiro curso de Cálculo Diferencial, para facilitar a familiarização com os conceitos de limites e funções contínuas. Entretanto, é possível acompanhar o curso basicamente partindo da linguagem de conjuntos, que é quase nativa no ser-humano.

### **4. Bibliografia**

[1] Elon Lages Lima: Espaços Métricos. Projeto Euclides, IMPA-CNPq, 1977.

**(texto principal)**

[2] Elon Lages Lima: Curso de Análise, Volume I, Projeto Euclides, IMPA-CNPq, 1976.

Bruno Scárdua