

# MAE 711 - Tópicos Especiais de Matemática Aplicada: Análise de Fourier em Grafos

Curso de Leituras Dirigidas. Mestrado em Matemática Aplicada  
Primeiro Semestre 2022/1  
Carga horária: 90 horas  
Prof. César J. Niche

## 1. INTRODUÇÃO

Em “Ciência de Dados” frequentemente os dados tem uma estrutura subjacente dada por um grafo  $G = (V, E)$  onde os vértices no conjunto  $V$  são instâncias desses dados e as arestas em  $E$  os vínculos entre eles. Os sinais, i.e. funções  $f : V \rightarrow \mathbb{R}$  definidas no grafo, são frequentemente estudados através de Graph Signal Processing (GSP), área para qual as ferramentas clássicas de Digital Signal Processings (DSP) são adaptadas e generalizadas. Tanto GSP quanto DSP tem, na sua base, ferramentas sofisticadas da Análise de Fourier (discreto, contínuo).

GSP é uma área de enorme interesse, com desenvolvimento exponencial nos últimos anos, na qual não existe ainda livro-texto de GSP, nem para “engenheiros”, nem para “matemáticos”. Nestas leituras dirigidas trata-se de apresentar ao aluno os elementos (sofisticados, as vezes) da Teoria de Grafos e do Análise de Fourier necessários para ele começar trabalhar numa Dissertação, a partir de 2022/2.

## 2. CARGA HORÁRIA E AVALIAÇÃO

O curso terá uma carga horária de 90 horas. O estudante será avaliado através de um trabalho final escrito de até 10 páginas, extensão e profundização de um tópico visto durante as leituras. Haverá reuniões periódicas (semanais ou quincenais) com o estudante para acompanhar o trabalho deste. Ao longo do semestre serão utilizadas ferramentas computacionales basadas na linguagem Python.

## 3. EMENTA E BIBLIOGRAFIA

**3.1. Leituras preliminares.** Referências: Dong, Thanou, Rabat, Frossard [3]; Ortega, Frossard, Kovacevic, Moura and Vanderghynst [7].

Vídeos no Youtube:

(1) Palestra de Antonio Ortega, 2017-2018 ECE Distinguished Lecture Series, University of Delaware.

<https://www.youtube.com/watch?v=296S-zh3WnU>

(2) Palestra de Xiaowen Dong, London Machine Learning Meetup 2018.

<https://www.youtube.com/watch?v=2ds4A11DS0w>

**3.2. Teoria Espectral de Grafos.** Referências: Chung e Liu [1]; Chung [2]; Grigoryan [4].

**3.3. Análise em Grafos.** Referências: Grigoryan [4]; Pesenson [8], [9].

3.4. **Filtros.** Referências: Ramakrishna, Wai and Scaglione [11]; Tremblay, Gonçalves and Borgnat [13].

3.5. **Amostragem.** Referências: Di Lorenzo, Barbarossa and Banelli [5]; Puy, Tremblay, Gribonval and Vandergheynst [10]; Tanaka, Eldar, Ortega and Cheung [12].

3.6. **Aprendizado de Grafos.** Referências: Dong, Thanou, Rabat, Frossard [3]; Mateos, Segarra and Marques [6]

## REFERÊNCIAS

- [1] Fan Chung and Linyuan Lu. *Complex graphs and networks*, volume 107 of *CBMS Regional Conference Series in Mathematics*. Published for the Conference Board of the Mathematical Sciences, Washington, DC; by the American Mathematical Society, Providence, RI, 2006.
- [2] Fan R. K. Chung. *Spectral graph theory*, volume 92 of *CBMS Regional Conference Series in Mathematics*. Published for the Conference Board of the Mathematical Sciences, Washington, DC; by the American Mathematical Society, Providence, RI, 1997.
- [3] Xiaowen Dong, Dorina Thanou, Michael Rabbat, and Pascal Frossard. Learning graphs from data: A signal representation perspective. *IEEE Signal Processing Magazine*, 36(3):44–63, 2019.
- [4] Alexander Grigoryan. *Introduction to analysis on graphs*, volume 71 of *University Lecture Series*. American Mathematical Society, Providence, RI, 2018.
- [5] Paolo Di Lorenzo, Sergio Barbarossa, and Paolo Banelli. Chapter 9 - sampling and recovery of graph signals. In Petar M. Djurić and Cédric Richard, editors, *Cooperative and Graph Signal Processing*, pages 261–282. Academic Press, 2018.
- [6] Gonzalo Mateos, Santiago Segarra, and Antonio G. Marques. Chapter 13 - inference of graph topology. In Petar M. Djurić and Cédric Richard, editors, *Cooperative and Graph Signal Processing*, pages 349–374. Academic Press, 2018.
- [7] A. Ortega, P. Frossard, J. Kovačević, J. M. F. Moura, and P. Vandergheynst. Graph signal processing: Overview, challenges, and applications. *Proceedings of the IEEE*, 106(5):808–828, 2018.
- [8] Isaac Pesenson. Sampling in Paley-Wiener spaces on combinatorial graphs. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 360(10):5603–5627, 2008.
- [9] Isaac Z. Pesenson and Meyer Z. Pesenson. Sampling, filtering and sparse approximations on combinatorial graphs. *J. Fourier Anal. Appl.*, 16(6):921–942, 2010.
- [10] Gilles Puy, Nicolas Tremblay, Rémi Gribonval, and Pierre Vandergheynst. Random sampling of bandlimited signals on graphs. *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, 44(2):446–475, 2018.
- [11] Raksha Ramakrishna, Hoi-To Wai, and Anna Scaglione. A user guide to low-pass graph signal processing and its applications: Tools and applications. *IEEE Signal Processing Magazine*, 37(6):74–85, 2020.
- [12] Yuichi Tanaka, Yonina C. Eldar, Antonio Ortega, and Gene Cheung. Sampling signals on graphs: From theory to applications. *IEEE Signal Processing Magazine*, 37(6):14–30, 2020.
- [13] Nicolas Tremblay, Paulo Gonçalves, and Pierre Borgnat. Chapter 11 - design of graph filters and filterbanks. In Petar M. Djurić and Cédric Richard, editors, *Cooperative and Graph Signal Processing*, pages 299–324. Academic Press, 2018.