

Rafael Mendes Leal

Esquemas Multimalhas para o Ajuste ao Histórico em Simulação de Reservatórios

**Rio de Janeiro
16 de dezembro de 2014**

Rafael Mendes Leal

Esquemas Multimalhas para o Ajuste ao Histórico em Simulação de Reservatórios

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática, Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Orientador: Flávio Dickstein
Coorientador: Paulo Goldfeld

Rio de Janeiro
16 de dezembro de 2014

CIP - Catalogação na Publicação

L433e Leal, Rafael Mendes
Esquemas Multimalhas para o Ajuste ao Histórico em
Simulação de Reservatórios / Rafael Mendes Leal. -- Rio
de Janeiro, 2014.
54 f.

Orientador: Flávio Diskstein.
Coorientador: Paulo Goldfeld.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do
Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa de
Pós-Graduação em Matemática, 2014.

1. Ajuste ao histórico. 2. Simulação de reservatórios. 3.
Esquema multinível. 4. Problema inverso. 5. Método de
Gauss-Newton. I. Diskstein, Flávio, orient. II.
Goldfeld, Paulo, coorient. III. Título.

Rafael Mendes Leal

Esquemas Multimalhas para o Ajuste ao Histórico em Simulação de Reservatórios

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática, Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado por:

Flávio Dickstein IM/UFRJ
Orientador

Paulo Goldfeld IM/UFRJ
Co-orientador

Alexandre Anozé Emerick
CENPES/Petrobras

José Roberto P. Rodrigues
CENPES/Petrobras

Rolci de Almeida Cipolatti IM/UFRJ

Rio de Janeiro
16 de dezembro de 2014

Agradecimentos

Agradeço a Deus em primeiro lugar.

A minha família pelo apoio em todos os momentos.

Aos professores Flávio e Paulo, sempre presentes, com paciência e dedicação.

A Petrobrás e Capes pelo apoio financeiro.

E a todos os demais que colaboraram para a conclusão desse trabalho.

Resumo

LEAL, Rafael Mendes. **Esquemas Multimalhas para o Ajuste ao Histórico em Simulação de Reservatórios**. Rio de Janeiro, 2014. Dissertação (Mestrado em Matemática)- Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014

A simulação de reservatórios é uma ferramenta fundamental no planejamento e no gerenciamento da produção de campos de petróleo. Um pré-requisito para uma simulação é a construção de um bom modelo do reservatório. Frequentemente, o modelo disponível antes do início da produção carrega grande incerteza. A técnica de Ajuste ao Histórico consiste em usar dados de produção (o histórico) para reduzir esta incerteza. A principal contribuição deste trabalho é a proposta de um esquema multimalhas para o Ajuste ao Histórico, modelado como um problema de otimização não-linear do tipo mínimos quadrados. A ideia deste esquema é a de resolver inicialmente versões grosseiras do problema e utilizar estes resultados como modelos iniciais para a resolução em malhas mais finas. A resolução em malhas mais grossas é substancialmente mais barata, o que torna a técnica vantajosa em termos de custo computacional. Em nossos experimentos, este custo é de duas a três vezes menor do que num esquema de uma malha. Outro aspecto positivo do esquema proposto é a sua robustez. Houve convergência em quase todos os experimentos realizados com este esquema, ao passo que no esquema de uma malha a taxa de sucesso foi de cerca de 55%. Finalmente, observamos que em nossos experimentos tanto o esquema multimalhas quanto o esquema de uma malha foram capazes de produzir múltiplas soluções para o problema.

Palavras-chave: Ajuste ao histórico, Simulação de reservatórios, Esquema multinível, Problema inverso, Método de Gauss-Newton.

Abstract

LEAL, Rafael Mendes. **Esquemas Multimalhas para o Ajuste ao Histórico em Simulação de Reservatórios**. Rio de Janeiro, 2014. Dissertação (Mestrado em Matemática)- Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014

Reservoir simulation is an essential tool for planning and management of oil production. In order to run a simulator, one needs a good reservoir model. Often, the available model at the beginning of the production phase carries a lot of uncertainty. The History Matching technique consists of using production data (history) to reduce the uncertainty. The main contribution of this work is the proposal of a multigrid scheme for the optimization of the nonlinear least-square History Matching problem. The idea is to start solving coarse versions of the problem and using these solutions as initial guesses for the solution on coarser grids. The solution on coarse grids is considerably cheaper, which makes the scheme computationally efficient. In our experiments, the cost is two to three times smaller than the one-level method. Another advantage of our scheme is robustness. Almost all test cases that we tried converged when using the multigrid scheme, as opposed to a 55% success rate for the one-level one. Finally, we note that in our experiments both schemes have proved capable to produce multiple solutions to the History Matching problem.

Key-words: History matching, reservoir simulation, multilevel scheme, inverse problem, Gauss-Newton method.

Sumário

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introdução | 1 |
| 2 | Modelagem | 3 |
| 2.1 | Fluxo em Meios Porosos – Lei de Darcy | 3 |
| 2.2 | Escoamento bidimensional | 4 |
| 2.3 | Escoamento bifásico bidimensional | 5 |
| 2.3.1 | Saturação | 5 |
| 2.3.2 | Pressão capilar | 5 |
| 2.3.3 | Lei de Darcy para o caso bifásico | 6 |
| 2.3.4 | Conservação de cada fase | 6 |
| 2.3.5 | Equações diferenciais para o escoamento bifásico | 6 |
| 2.4 | Sísmica 4D | 7 |
| 3 | Resolução Numérica | 9 |
| 3.1 | Algoritmo IMPES | 9 |
| 3.1.1 | Discretização Espacial | 9 |
| 3.1.2 | Discretização Temporal | 11 |
| 4 | O Problema do Ajuste ao Histórico | 13 |
| 4.1 | Introdução | 13 |
| 4.2 | A abordagem Bayesiana | 14 |
| 5 | Um Esquema de Otimização | 17 |
| 5.1 | O Método de Gauss-Newton | 17 |
| 5.1.1 | Calculando a direção do passo | 18 |
| 5.1.2 | O algoritmo TCG: | 19 |
| 5.1.3 | Busca de Linha | 19 |
| 6 | O Método Multinível | 21 |
| 6.1 | O Algoritmo Multinível | 21 |
| 6.2 | Tratamento do histórico | 22 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 6.3 | Passagem da malha grossa à fina | 22 |
| 6.3.1 | A Primeira Estratégia | 22 |
| 6.3.2 | A Segunda Estratégia | 25 |
| 6.3.3 | Exemplo de Suavização | 26 |
| 7 | Resultados | 29 |
| 7.1 | A Geoestatística sintética | 29 |
| 7.2 | Caso bifásico 2D | 30 |
| 7.3 | Estratégia de injeção | 30 |
| 7.4 | Múltiplas soluções | 31 |
| 7.5 | Cenários futuros | 35 |
| 7.6 | Multinível em diferentes níveis | 37 |
| 7.6.1 | Sobre a projeção | 38 |
| 7.7 | Caso 3D | 38 |
| 7.7.1 | Soluções obtidas | 38 |
| 7.7.2 | Robustez e Custo Computacional | 42 |
| 7.7.3 | Cenários futuros | 42 |
| 8 | Conclusões | 51 |

Capítulo 1

Introdução

A recuperação de petróleo é um processo altamente elaborado, que exige um elevado grau de sofisticação tecnológica e de conhecimento científico. Normalmente, o petróleo se encontra incrustado no interior de rochas porosas, em um reservatório situado a uma grande profundidade abaixo do solo. Sua recuperação demanda o conhecimento da localização do óleo e de uma boa caracterização das propriedades petrofísicas do reservatório. Estas informações não podem ser obtidas por medições diretas. Assim, em uma fase preliminar, procedimentos para se obter medidas indiretas do reservatórios são postos em prática. A informação obtida a partir destes procedimentos, acrescida de outras medidas diretas, mas localizadas em regiões onde o reservatório é perfurado, ainda são insuficientes para um bom conhecimento das propriedades petrofísicas em questão. Desta forma, o desenho da estratégia de operação do reservatório (localização dos poços injetores e produtores, modo de operação destes poços, etc.) fica prejudicado. Além disso, as previsões sobre a produção do campo mostram-se eventualmente incorretas.

Passados alguns anos, uma vez verificado o desajuste entre a produção prevista e a efetivamente realizada, uma atividade usual na indústria de petróleo é a de procurar melhorar a caracterização do campo usando-se os dados de produção agora conhecidos, o chamado histórico de produção. Este procedimento é conhecido na Engenharia de Petróleo como o problema do Ajuste ao Histórico.

Há uma extensa literatura sobre este importante problema, veja [15], [16]. Levando em conta que as observações contêm erros de medição, consideramos aqui o enfoque probabilístico proposto em [16]. Assim, a informação obtida antes da exploração do reservatório (de natureza geoestatística) é traduzida por uma distribuição de probabilidades *a priori* $p_{pr}(m)$, onde m é o modelo que caracteriza o reservatório. Supomos ainda que os dados de produção que constituem o histórico \bar{d} contenham erros de medição cuja distribuição

de probabilidades p_d também é conhecida. Seguindo o ponto de vista de [19], dizemos que o problema do Ajuste ao Histórico consiste em determinar a distribuição de probabilidades *a posteriori* $p\{m|\bar{d}\}$. Ocorre que $p\{m|\bar{d}\}$ é multi-modal e sua obtenção é um problema muito difícil. O objetivo principal desta dissertação é apresentar um esquema de resolução multimalhas que permite encontrar um (ou mesmo diversos) campos que produzem bons ajustes.

No Capítulo 2, apresentamos as equações (de conservação de massa) que descrevem o escoamento de fluxos em meios porosos. Nosso enfoque central foi o estudo do escoamento bifásico água-óleo. Estas equações de conservação formam um sistema de equações diferenciais parciais que não pode ser resolvido explicitamente. No Capítulo 3, discutimos um esquema de resolução numérica deste sistema, o chamado esquema IMPES. O Problema do Ajuste ao Histórico é discutido no Capítulo 4, sob a ótica da abordagem Bayesiana inspirada em [16]. Mostramos como a moda da distribuição *a posteriori* pode ser obtida resolvendo-se um problema de otimização. No Capítulo 5, discutimos o esquema iterativo de Gauss-Newton para resolver o problema de otimização. O esquema de Gauss-Newton conduz à resolução de um problema de mínimos quadrados linear. Usamos o algoritmo de gradientes conjugados associado a uma estratégia de truncamento para resolver este problema de mínimos quadrados. Este algoritmo é complementado por uma busca de linha, conforme discutimos posteriormente. O esquema multimalhas é introduzido no Capítulo 6. Algumas alternativas de passagens entre malhas são discutidas. Experiências numéricas foram realizadas tanto em problemas bifásicos e bidimensionais quanto em modelos *black-oil* tridimensionais. Diversos resultados estão apresentados no Capítulo 7. Nos testes realizados, o esquema multimalhas mostrou um excelente desempenho. Ele foi sistematicamente bem mais rápido do que o esquema tradicional, e sensivelmente mais robusto. De fato, no caso do modelo *black-oil*, o esquema de uma malha convergiu em cerca de 50% dos casos, ao passo que no esquema de três malhas sempre houve convergência. Uma discussão final sobre este trabalho encontra-se no Capítulo 8.

Capítulo 2

Modelagem

Ao longo deste trabalho, na maior parte do tempo usamos um simulador bifásico bidimensional para testar ideias e estratégias no nosso esquema multimalhas. Por esta razão, neste capítulo, discutimos apenas o modelo de escoamento bifásico bidimensional em meios porosos. Numa segunda etapa, estudamos o desempenho do esquema em problemas do tipo *black-oil* 3D. Para detalhes do modelo trifásico *black-oil*, ver [5].

O escoamento de fluidos em meios porosos é modelado usando-se leis de conservação de massa e a Lei de Darcy. Esta é uma lei experimental que descreve o fluxo de um ou mais fluidos em um meio poroso submetido a um gradiente de pressão. Com estes ingredientes, apresentamos inicialmente as equações que descrevem o escoamento monofásico. Em seguida, obtemos o sistema de equações que modela o fluxo de dois fluidos em um meio poroso. Para maiores detalhes, e o estudo de casos mais gerais, veja [3], [5], [17].

Discutimos ainda uma modelagem simplificada da Sísmica-4D, um procedimento que recentemente vem sendo utilizado no Ajuste ao Histórico como forma de agregar informação relevante ao histórico.

2.1 Fluxo em Meios Porosos – Lei de Darcy

A lei de Darcy para um fluxo monofásico diz que o volume de fluido por unidade de tempo Q atravessando um meio poroso de comprimento L e área seccional A é dado por

$$Q = \frac{KA \Delta p}{\mu L}, \quad (2.1)$$

onde Δp é a variação de pressão entre as extremidades do meio, μ é a viscosidade do fluido e K é a permeabilidade absoluta do meio.

Se o escoamento é unidirecional (na direção de x), podemos reescrever a equação (2.1) na seguinte forma diferencial

$$v = \frac{Q}{A} = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (2.2)$$

Mais geralmente, tem-se

$$\vec{v} = -\frac{K}{\mu} \nabla \vec{p}. \quad (2.3)$$

2.2 Escoamento bidimensional

Discutiremos agora o caso de um escoamento bidimensional em um meio definido pela altura $H = H(x, y)$ a cada ponto (x, y) de uma região do plano. Considere um bloco de comprimento Δx e largura Δy , com centro na posição (x', y') , onde $x' = x + \frac{1}{2}\Delta x$, $y' = y + \frac{1}{2}\Delta y$. Observando que a face esquerda tem área $H(x, y') \cdot \Delta y$, a taxa de massa que entra por esta face é

$$\rho(x, y') \cdot v_x(x, y') \cdot H(x, y') \cdot \Delta y = \Delta y (H \rho v_x)_{x, y'}. \quad (2.4)$$

Da mesma forma, a massa de fluido que sai pelo lado direito é

$$\Delta y (H \rho v_x)_{x+\Delta x, y'}. \quad (2.5)$$

A quantidade de massa de fluido que entra pela face frontal é

$$\Delta x (H \rho v_y)_{x', y}, \quad (2.6)$$

e o que sai por trás,

$$\Delta x (H \rho v_y)_{x', y+\Delta y}. \quad (2.7)$$

O volume do bloco é $\bar{H} \cdot \Delta x \cdot \Delta y$, a taxa mássica de injeção de fluido no bloco é $\bar{q} \bar{H} \Delta x \Delta y$ e a taxa de acumulação de massa no bloco é $\frac{\partial(\bar{\phi} \bar{\rho})}{\partial t} \bar{H} \Delta x \Delta y$, onde \bar{H} , \bar{q} , $\bar{\phi}$ e $\bar{\rho}$ são respectivamente as médias das altura, injeção de fluido, porosidade do meio e densidade do fluido.

Fazendo o equilíbrio de massas, temos

$$\begin{aligned} \bar{H} \frac{\partial(\bar{\phi} \bar{\rho})}{\partial t} \Delta x \Delta y &= [\Delta y (H \rho v_x)_{x, y'} + \Delta x (H \rho v_y)_{x', y}] \\ &\quad - [\Delta y (H \rho v_x)_{x+\Delta x, y'} + \Delta x (H \rho v_y)_{x', y+\Delta y}] + [\bar{q} \bar{H} \Delta x \Delta y]. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Reorganizando, dividindo por Δx e Δy e fazendo $\Delta x \rightarrow 0$ e $\Delta y \rightarrow 0$, teremos

$$-\frac{\partial(H\rho v_x)}{\partial x} - \frac{\partial(H\rho v_y)}{\partial y} + Hq = H\frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} \quad (2.9)$$

ou, ainda,

$$-\nabla \cdot (H\rho\vec{v}) + Hq = H\frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t}. \quad (2.10)$$

Considerando H constante e substituindo (2.3) em (2.10), temos

$$\nabla \cdot \left[\frac{\rho K}{\mu} (\nabla p) \right] + q = \frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t}. \quad (2.11)$$

2.3 Escoamento bifásico bidimensional

No modelo usado em nosso simulador temos que levar em consideração a iteração entre as duas fases, no caso, óleo e água. Vamos supor os líquidos imiscíveis e o meio molhável à água.

2.3.1 Saturação

Definimos a saturação como a fração do meio poroso que é preenchida pelo fluido. Uma vez que o óleo e a água preenchem completamente o espaço vazio, temos

$$s_w + s_o = 1, \quad (2.12)$$

onde s_w é a saturação de água e s_o a saturação de óleo. Usaremos sempre o subscrito w para a água e o para óleo.

2.3.2 Pressão capilar

Por um efeito de tensão superficial, ocorre que a pressão no fluido não molhante (óleo) é maior do que a pressão no fluido molhante (água). A diferença entre elas é chamada de pressão capilar p_c :

$$p_c = p_o - p_w. \quad (2.13)$$

Assumimos que a pressão capilar seja função unicamente da saturação,

$$p_o - p_w = p_c(s_w). \quad (2.14)$$

2.3.3 Lei de Darcy para o caso bifásico

A lei de Darcy se aplica para cada fluido separadamente:

$$\begin{cases} \vec{v}_o = -\frac{K_o}{\mu_o} \nabla p_o, \\ \vec{v}_w = -\frac{K_w}{\mu_w} \nabla p_w. \end{cases} \quad (2.15)$$

No caso de dois fluidos, cada um interfere no escoamento do outro. Desta forma, temos que $K_o, K_w \leq K$. Definimos as permeabilidades relativas do óleo e da água

$$\begin{cases} k_{ro} = K_o/K \leq 1, \\ k_{rw} = K_w/K \leq 1. \end{cases} \quad (2.16)$$

2.3.4 Conservação de cada fase

Argumentando como no caso monofásico, obtemos a equação de conservação de massa de cada fluido

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (\rho_o \vec{v}_o) + q_o = \partial_t (\phi \rho_o s_o), \\ -\nabla \cdot (\rho_w \vec{v}_w) + q_w = \partial_t (\phi \rho_w s_w). \end{cases} \quad (2.17)$$

2.3.5 Equações diferenciais para o escoamento bifásico

Suponha que o meio e os fluidos sejam incompressíveis, de modo que ϕ , ρ_o e ρ_w sejam constantes. Suponha ainda que os efeitos capilares sejam desprezíveis, de modo que $p_w = p_o =: p$. Dividindo a primeira equação de (2.17) por ρ_o e a segunda por ρ_w e somando as duas, obtemos

$$-\nabla \cdot (\vec{v}_o + \vec{v}_w) + Q_o + Q_w = \phi \partial_t (s_o + s_w), \quad (2.18)$$

onde $Q_o = q_o/\rho_o$ e $Q_w = q_w/\rho_w$ são as densidades de vazão. Definindo a velocidade total $\vec{v}_t = \vec{v}_o + \vec{v}_w$ e a densidade de vazão volumétrica total $Q_t = Q_o + Q_w$, usando que $s_o + s_w = 1$, reescrevemos (2.18) como

$$\nabla \cdot \vec{v}_t = Q_t. \quad (2.19)$$

Introduzimos as mobilidades

$$\begin{cases} \lambda_o = k_{ro}/\mu_o, \\ \lambda_w = k_{rw}/\mu_w, \\ \lambda_t = \lambda_o + \lambda_w, \end{cases}$$

as transmissibilidades

$$\begin{cases} T_o &= K\lambda_o, \\ T_w &= K\lambda_w, \\ T_t &= T_o + T_w, \end{cases}$$

e o fluxo fracionário $f(s_w) = T_w/T_t = \lambda_w/\lambda_t$. Então,

$$\begin{cases} \vec{v}_w &= -T_w \nabla p, \\ \vec{v}_o &= -T_o \nabla p, \\ \vec{v}_t &= -T_t \nabla p, \\ \vec{v}_w &= f(s) \vec{v}_t, \end{cases} \quad (2.20)$$

de modo que a segunda equação de (2.17) se escreve como

$$\phi \partial_t s_w + \nabla \cdot (f(s_w) \vec{v}_t) = Q_w. \quad (2.21)$$

Para mais detalhes sobre a modelagem de escoamentos em meios porosos, ver [3],[5],[17].

2.4 Sísmica 4D

A chamada Sísmica 4D é um procedimento que permite obter informação sobre o deslocamento de fluidos em um meio poroso através da medição da reflexão de ondas de pressão emitidas na superfície do meio. Mais precisamente, é através da diferença de respostas em dois instantes distintos que se pretende determinar o deslocamento dos fluidos. Para maiores detalhes, ver [13].

A velocidade da onda-P v_p é dada por

$$v_p = \sqrt{\rho^{-1} \left(K + \frac{4}{3}G \right)}, \quad (2.22)$$

onde ρ é a densidade da rocha saturada, K é o módulo de volume e G o módulo de cisalhamento, veja [6]. A Teoria de Gassman permite obter K e G explicitamente como funções de saturações e pressões, veja [6]. Deste modo, é fácil incorporar dados de Sísmica-4D no problema de Ajuste. Observamos que, enquanto os dados de poços variam temporalmente, mas estão localizados no espaço, os dados da Sísmica 4-D são localizados no tempo, mas espacialmente distribuídos. Neste sentido, a Sísmica-4D representa uma informação complementar à do histórico de produção.

Capítulo 3

Resolução Numérica

Apresentamos neste capítulo um esquema de resolução numérica do modelo de escoamento bifásico discutido no capítulo anterior. Usando (2.19), (2.20) e (2.21), obtemos

$$\begin{cases} \phi \partial_t s + \nabla \cdot (f(s) \vec{v}_t) & = Q_w, \\ -\nabla \cdot (T_t \nabla p) & = Q_t, \text{ com } \vec{v}_t = -T_t \nabla p. \end{cases} \quad (3.1)$$

Acrescentamos ao sistema a condição inicial $s(0) = s_0$ e a condição de contorno $(T_t \nabla p) \cdot \eta = 0$ na fronteira, onde η é a normal unitária exterior, o que corresponde a dizer que o reservatório está isolado. Além disso, a densidade de vazão total Q_t é prescrita nos poços. Observe que $Q_t = Q_w$ em um poço injetor. Note ainda que devido à incompressibilidade, a condição de compatibilidade $\int Q_t = 0$ deve ser atendida.

Consideramos que a segunda equação descreve a evolução da pressão e tem natureza elítica, ao passo que a primeira descreve a evolução da saturação e tem natureza hiperbólica. O método IMPES usa um esquema implícito para a pressão e explícito para a saturação.

3.1 Algoritmo IMPES

Vamos descrever a seguir o método IMPES [3], que resolve o sistema por diferenças finitas, implicitamente na pressão e explicitamente na saturação.

3.1.1 Discretização Espacial

Dividimos um reservatório de dimensões $M_x \times M_y$ em $N_x \times N_y$ partes obtemos blocos de tamanhos $\Delta x \times \Delta y$ onde $\Delta x = M_x/N_x$ e $\Delta y = M_y/N_y$. Chamaremos de $V_{i,j}$ o bloco cujo centro seja $C_{i,j} = (x_i, y_j)$ onde $x_i = (i + 1/2)\Delta x$ e

$y_j = (j + 1/2)\Delta y$, $0 \leq i < N_x$, $0 \leq j < N_y$. As interfaces dos blocos serão representadas pelos índices $(i + 1/2, j)$ e $(i, j + 1/2)$ onde $x_{i+1/2} = (x_i + x_{i+1})/2$ e $y_{j+1/2} = (y_j + y_{j+1})/2$. Definimos o divergente discreto $\nabla_h \cdot$, que leva uma função de interface a uma função de bloco, por

$$\nabla_h \cdot F_{i,j} = \frac{F_{i+1/2,j} - F_{i-1/2,j}}{\Delta x} + \frac{F_{i,j+1/2} - F_{i,j-1/2}}{\Delta y}. \quad (3.2)$$

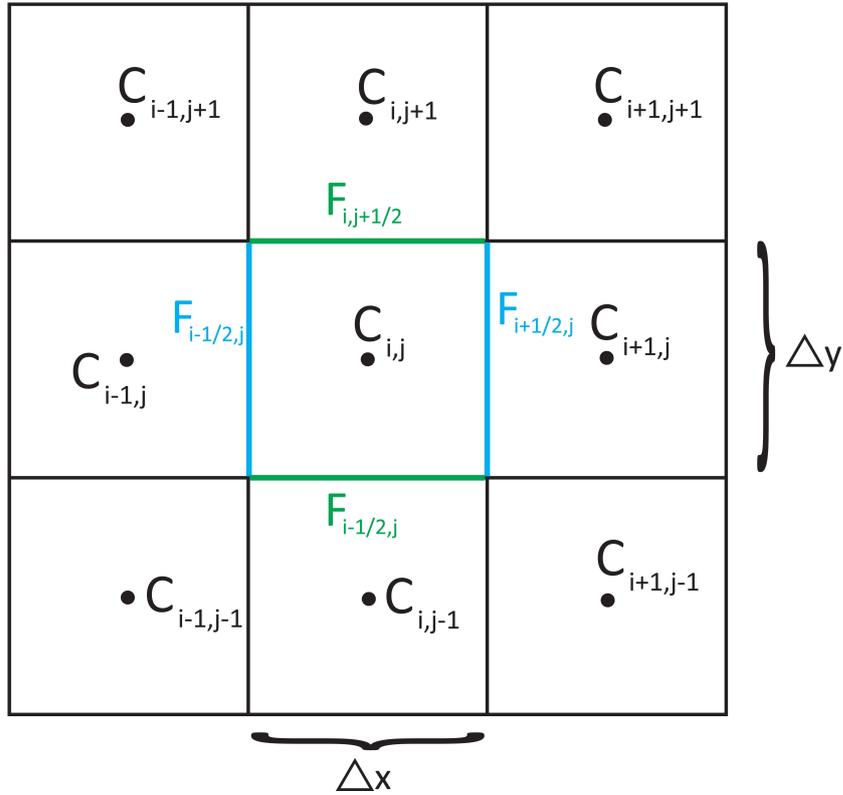


Figura 3.1: Ilustração dos valores de $F_{i,j}$ e $C_{i,j}$

Definimos também o gradiente discreto ∇_h como uma função que leva vetores de bloco em vetores de interface tal que

$$\begin{aligned} \nabla_h f_{i+1/2,j} &= \frac{f_{i+1,j} - f_{i,j}}{\Delta x}, \\ \nabla_h f_{i,j+1/2} &= \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j}}{\Delta y}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

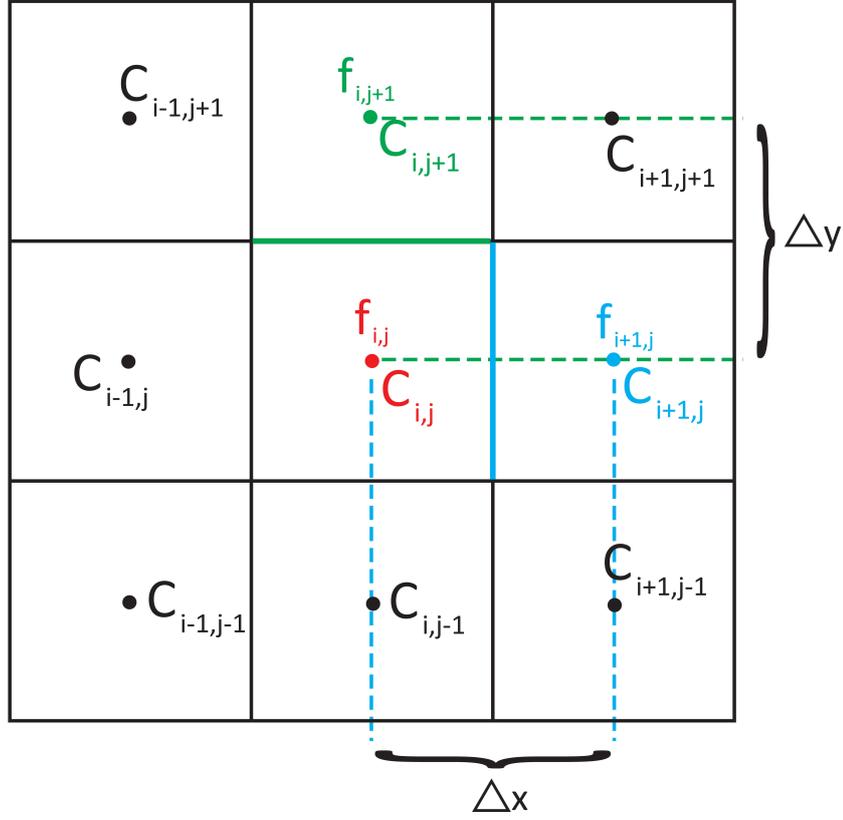


Figura 3.2: Ilustração dos valores de $f_{i,j}$ e $C_{i,j}$

A discretização espacial de (3.1) é dada por

$$\begin{cases} \phi \partial_t s + \nabla_h \cdot (f(S) \vec{V}_t) & = Q_w, \\ -\nabla_h \cdot (T_t \vec{\nabla}_h p) & = Q_t, \text{ com } \vec{v}_t = -T_t \nabla_h p. \end{cases} \quad (3.4)$$

3.1.2 Discretização Temporal

A ideia do esquema IMPES é a de resolver a equação da saturação explicitamente e a da pressão de forma implícita. Além disso, utilizamos passos diferentes para saturação e pressão. Assim, dado t^n calculamos P^n resolvendo o problema elíptico

$$-\nabla_h \cdot (T_t^n \nabla_h P^n) = Q_t^n$$

onde $T_t^n = T_t(S^n)$ e $Q_t^n = Q_t(t^n)$. Este problema envolve um sistema linear que pode ser resolvido usando-se um método direto ou iterativo. A seguir, calculamos $V_t^n = -T_t^n \nabla_h P^n$ e avançamos a saturação no tempo resolvendo

explicitamente

$$\phi \frac{S^{n,l} - S^{n,l-1}}{\Delta t_{n,l}} - \nabla_h \cdot \left(f(S^{n,l-1}) \vec{V}_t^n \right) = Q_w^{n,l-1}$$

para $l = 1, \dots, L$, onde $S^{n,0} = S^n$ e $S^{n+1} = S^{n,L}$. Os critérios para a escolha dos passos de tempo $\Delta t_{n,l}$ são ditados por restrições do tipo CFL. Para maiores detalhes ver [1, página 53],[5] .

Resumimos a seguir o método IMPES.

Para $n = 0, 1, \dots, N$ faça

Calcule o valor de T_t nas interfaces dos blocos $V_{i,j}$ usando médias harmônicas para estimar a permeabilidade absoluta e considerando as viscosidades constantes.

$$K_{i+1/2,j} = \frac{2K_{i,j}K_{i+1,j}}{K_{i,j} + K_{i+1,j}}, \quad K_{i,j+1/2} = \frac{2K_{i,j}K_{i,j+1}}{K_{i,j} + K_{i,j+1}}. \quad (3.5)$$

Calcule as permeabilidades relativas seguindo o esquema a montante. Como o fluido escoo do local de maior pressão para o de menor teremos a relação: se $p_{i+1,j} > p_{i,j}$ então $(k_r)_{i+1/2,j} = k_r(s_{i+1,j})$ e analogamente as outras interfaces são tratadas.

Conhecida a saturação, obtenha a pressão implicitamente como solução de

$$-\nabla_h \cdot (T_t(s^n) \nabla_h p^n) = Q_t^n. \quad (3.6)$$

Depois, faça

$$v^n = -T_t(s^n) \nabla_h p^n. \quad (3.7)$$

Sabendo p^n e $s^n = s^{n,0}$, determine $s^{n,l}$ para $l = 0, 1, \dots, L - 1$ resolvendo

$$\phi \delta_t s^{n,l} = -\nabla_h \cdot (f(s^{n,l-1}) v^n) + Q_w^{n,l}. \quad (3.8)$$

Faça então $s^{n+1} = s^{n,L}$.

Fim do laço.

Capítulo 4

O Problema do Ajuste ao Histórico

4.1 Introdução

O Ajuste ao Histórico em Simulação de Reservatórios é um problema de fundamental importância em Engenharia de Reservatórios de Petróleo. Usualmente, antes de um campo ser explorado, a informação sobre sua estrutura geológica provém do tratamento geoestatístico de dados de sísmica, de análises de amostras retiradas do reservatório e, eventualmente, outras informações. Este conjunto de dados ainda é insuficiente para uma boa caracterização do reservatório. Como consequência, a exploração do campo é feita sob alto grau de incerteza. Quando se inicia a produção do campo, verifica-se eventualmente que as previsões feitas não foram de boa qualidade. O problema do Ajuste ao Histórico consiste em incorporar a nova informação, i.e., os dados de produção, para se obter uma melhor caracterização do campo. Do ponto de vista matemático, trata-se de um problema inverso. O fluxo de fluidos em um meio poroso é governado por um sistema de EDP's (de tipo parabólico-hiperbólico) que dependem de certos parâmetros, veja o Capítulo 2. Deseja-se determinar estes parâmetros, conhecendo-se dados de fluxo e de pressão nos poços ao longo do tempo e, eventualmente, outras informações .

Ao longo das últimas décadas o Ajuste ao Histórico (AH) tem sido uma área bastante ativa de pesquisa e um considerável progresso vem sendo feito no desenho de algoritmos robustos para o AH. Uma discussão abrangente do desenvolvimento desta área pode ser encontrada em [16] e em [5]. O AH é um problema inverso de difícil solução. Ele se caracteriza pelo fato de que se pretende caracterizar o reservatório a partir de pouca informação. Desta forma, trata-se de um problema mal-condicionado. Existem duas formas na-

turais de enfrentar esta dificuldade. Uma delas é incorporar mais dados, se possível. A segunda é reduzir o número de parâmetros a serem recuperados. Esta segunda alternativa é usualmente feita restringindo-se a busca de soluções a um subespaço de baixa-dimensão do espaço de parâmetros. Este procedimento, conhecido como parametrização reduzida, foi considerado por diversos autores, com diferentes estratégias. O método de zoneamento, veja [9], [10], foi o primeiro esquema nesta direção. O esquema *gradzone* proposto em [18] foi um aperfeiçoamento do método de zoneamento. De fato, no lugar de considerar zonas fixas, no esquema *gradzone* as zonas são obtidas de forma automática, compostas por autovetores de $G^t G$, onde G é a matriz de sensibilidade do problema. Um passo adiante foi proposto com esquema TSVD de [11] (veja também [7], [20]), baseado na decomposição em valores singulares de G . O esquema multimalhas que apresentamos neste trabalho se inscreve, de uma certa maneira, nesta perspectiva. De fato, o ajuste em malhas mais grosseiras é uma forma de parametrização introduzida no problema.

Um outro aspecto importante do AH é a incerteza. Os dados adquiridos possuem erros de medição (e outros) que devem ser levados em conta no ajuste. Por esta razão, seguimos aqui o ponto de vista proposto em [16], de estudar o problema sob a ótica probabilística. Discutimos a seguir a abordagem Bayesiana do problema do Ajuste.

4.2 A abordagem Bayesiana

Discutiremos o problema do Ajuste sob a ótica da teoria probabilística Bayesiana, como descrito em [16]. Seja g a função que associa a cada modelo m o vetor $g(m)$ de dados observados. Denotamos por d_o o vetor de dados observados e supomos que o erro de medição seja uma variável aleatória gaussiana, de média zero e covariância C_D . Neste caso, a distribuição de probabilidades (pdf) condicional $p(d_o|m)$ é dada por

$$p\{d_o|m\} \propto \exp \left[-\frac{1}{2} \langle C_D^{-1}(g(m) - d_o), g(m) - d_o \rangle \right]$$

Supomos também que a informação *a priori* a respeito do modelo m seja traduzida por uma variável aleatória de tipo gaussiana, de média m_p e covariância C_M , de modo que a pdf *a priori* é dada por

$$p(m) \propto \exp \left[-\frac{1}{2} \langle C_M^{-1}(m - m_p), m - m_p \rangle \right]. \quad (4.1)$$

Assumindo ainda que estas duas variáveis aleatórias sejam independentes, a

pdf *a posteriori* $p\{m | d_o\}$ é dada por

$$p\{m | d_o\} \propto \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\langle C_M^{-1}(m - m_p), m - m_p \rangle + \langle C_D^{-1}(g(m) - d_o), g(m) - d_o \rangle\right)\right),$$

veja [16]. A resolução do problema de Ajuste ao Histórico consiste em determinar a distribuição *a posteriori* $p(m | d_o)$. No entanto, neste estudo iremos nos concentrar na meta (menos ambiciosa) de obter o MAP (o ponto de máximo da distribuição *a posteriori*), ou seja, obter a solução de

$$\min f(m), \tag{4.2}$$

onde

$$f(m) = \langle C_M^{-1}(m - m_{prior}), m - m_{prior} \rangle + \langle C_D^{-1}(g(m) - d_o), g(m) - d_o \rangle. \tag{4.3}$$

Do ponto de vista determinístico, a resolução de (4.2) pode ser vista como um modo de minimizar a discrepância entre os dados de observações simulados e medidos, levando-se em conta a informação *a priori*.

Capítulo 5

Um Esquema de Otimização

Discutiremos neste capítulo um esquema numérico de otimização para resolver o problema de MAP discutido no Capítulo 4. Isto equivale a resolver o problema de mínimos quadrados não linear

$$f(m) = \frac{1}{2} [\langle C_M^{-1}(m - m_p), m - m_p \rangle + \langle C_D^{-1}(g(m) - d_o), g(m) - d_o \rangle]. \quad (5.1)$$

Usamos o Método de Gauss-Newton para minimizar $f(m)$. A cada iteração de Gauss-Newton deve-se resolver um sistema linear cuja matriz associada é simétrica e positiva-definida. Empregamos um método de gradientes conjugados truncado para a sua resolução. A descrição do esquema de otimização é feita a seguir.

5.1 O Método de Gauss-Newton

A função $f(m)$ é não-linear, mas tem um estrutura especial. Ela pode ser vista como a norma quadrada de uma função não-linear. O método de Gauss-Newton tira proveito deste fato. Em um ponto de mínimo de $f(m)$ temos $\nabla_m f = 0$, isto é,

$$\frac{\partial f(m)}{\partial m_i} = 0, \text{ para } i = 1, 2, \dots, N_m \quad (5.2)$$

Assim, dado m_0 , aplicando o método de Newton-Raphson, calcula-se $\Delta m_k = m_{k+1} - m_k$ resolvendo

$$H(m^k)\Delta m_k = -\nabla f(m^k), \quad (5.3)$$

onde H é a matriz Hessiana de f :

$$h_{i,j}(m) = \frac{\partial^2 f(m)}{\partial m_i \partial m_j} \quad (5.4)$$

Temos então,

$$\nabla f(m) = C_M^{-1}(m - m_p) + G^T C_D^{-1}(g(m) - d_o) \quad (5.5)$$

e, desprezando os termos envolvendo a segunda derivada de g ,

$$H \approx C_M^{-1} + G^T C_D^{-1} G, \quad (5.6)$$

onde G é o Jacobiano de g ,

$$[G]_{i,j} = \frac{\partial g_i}{\partial m_j}. \quad (5.7)$$

Assim, teremos

$$(C_M^{-1} + G_k^T C_D^{-1} G_k) \Delta m^k = - (C_M^{-1}(m^k - m_p) + G_k^T C_D^{-1}(g(m^k) - d_o)). \quad (5.8)$$

Discutimos a seguir a resolução deste problema.

5.1.1 Calculando a direção do passo

A equação (5.8) consiste na resolução de um sistema linear e simétrico. Vamos reescrevê-lo de uma forma mais adequada. Definimos

$$\begin{aligned} r_k &= d_o - g(m^k), \\ \varphi_k &= C_M^{-1}(m^k - m_p), \\ \Delta\varphi_k &= \varphi_{k+1} - \varphi_k = C_M^{-1} \Delta m^k. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Agora, podemos reescrever (5.8) como

$$(I + G_k^T C_D^{-1} G_k C_M) \Delta\varphi_k = -\varphi_k + G_k^T C_D^{-1} r_k. \quad (5.10)$$

Resolvemos a equação (5.10) usando o método dos gradientes conjugados truncado, que descrevemos a seguir.

5.1.2 O algoritmo TCG:

Reescrevemos $(I + G_k^T C_D^{-1} G_k C_M)$ como A_k e $-\varphi_k + G_k^T C_D^{-1} r_k$ como b_k . Dessa forma, (5.10) se escreve: $A_k \Delta\varphi_k = b_k$ onde A_k é simétrica positiva definida em relação ao produto interno que associa (x, y) com $y^T C_M x$. Ao final recuperamos o valor de $\Delta\varphi_k$ que será usado no passo k do Gauss-Newton.

O método de gradientes conjugados para resolver (5.10) na k -ésima iteração de Gauss-Newton é dado por:

$$\begin{aligned}
\Delta\varphi_k &\leftarrow 0 \\
A_k &\leftarrow I + G_k^T C_D^{-1} G_k C_M \\
R_0 &\leftarrow \varphi_k + G_k^T C_D^{-1} r_k \\
p_0 &\leftarrow R_0 \\
\text{Para } j &= 0, 1, 2, \dots, N_{iter} - 1 \\
\alpha_j &\leftarrow (R_j^T C_M R_j) / (R_j^T C_M A_k p_j) \\
\Delta\varphi_k &\leftarrow \Delta\varphi_k + \alpha_j p_j \\
R_{j+1} &\leftarrow R_j - \alpha_j A_k p_j \\
\beta_j &\leftarrow (R_{j+1}^T C_M R_{j+1}) / (R_j^T C_M R_j) \\
p_{j+1} &\leftarrow R_{j+1} + \beta_j p_j
\end{aligned} \tag{5.11}$$

Aqui, R_j é o resíduo no passo j , p_j é o vetor de busca A_k -conjugado com os anteriores. Para mais detalhes sobre gradientes conjugados ver [8, capítulo 11]. A denominação “truncado” refere-se ao fato de que, no algoritmo 5.11, não iteramos até convergência, fazendo apenas poucas iterações. Isto tem um efeito regularizante no esquema, semelhante ao do truncamento no esquema TSVD [11, 7].

Notemos que a cada iteração de Gauss-Newton é preciso calcular $\varphi_k = C_M^{-1}(m_k - m_p)$. Isto parece envolver a resolução de sistemas lineares com C_M . No entanto, se tomamos $m_0 = m_p$ (uma escolha natural), teremos $\varphi_0 = 0$. A partir daí, podemos atualizar $\varphi_{k+1} = \varphi_k + \Delta\varphi_k$ sem jamais inverter C_M . (Aqui, $\Delta\varphi_k$ é o resultado do método de gradientes conjugados).

5.1.3 Busca de Linha

Uma vez encontrado $\Delta\varphi_k$, obtemos $\Delta m_k = C_M \Delta\varphi_k$. É importante observar que Δm_k é o valor ótimo para o problema de mínimos quadrados linear obtido pela aproximação de Gauss-Newton. No entanto, é bem conhecido que a atualização $m_{k+1} = m_k + \Delta m_k$ não é recomendável para a otimização de $f(m)$. De fato, nem sempre temos que $f(m^k + \Delta m_k) < f(m^k)$, ou seja, nem sempre $m^k + \Delta m_k$ é um valor de descida. No entanto, como Δm_k é uma

direção de descida, fazemos

$$m^{k+1} = m^k + \mu_k \Delta m^{k+1} \quad (5.12)$$

onde μ_k é um passo a ser escolhido. Idealmente, gostaríamos de escolher m^{k+1} como o ponto que minimiza a função objetivo ao longo da reta $m^k + \mu_k \Delta m^{k+1}$. Na prática, escolhemos μ_k que garanta um decrescimento adequado da função objetivo. Tal estratégia é conhecida como a busca de linha. A busca de linha é uma componente importante de um processo de otimização. A ideia é que ela não seja muito custosa, mas que garanta a convergência global do método. Para uma discussão detalhada do assunto, veja [14]. Usamos a subrotina *lnsr1b*[2] da biblioteca Minpack2.

Capítulo 6

O Método Multinível

Neste capítulo, discutimos uma estratégia multinível para a resolução do problema de ajuste. A ideia, no caso de um método de dois níveis, é a de resolver o problema em uma malha mais grosseira, com menor custo, e usar a aproximação obtida como ponto de partida para a resolução na malha mais fina. Evidentemente, este esquema pode ser replicado na malha mais grossa, obtendo-se assim um esquema de muitos níveis. Apresentamos abaixo o algoritmo multinível proposto. Em particular, discutimos um aspecto chave do esquema, a passagem da solução obtida na malha grossa à malha mais fina.

6.1 O Algoritmo Multinível

Descrevemos o algoritmo de forma resumida, para o caso de três níveis. Supomos que o problema possa ser resolvido em cada malha. Em particular, supomos que a matriz de covariância C_M esteja construída em cada malha.

1. Representamos o histórico d_o nas três malhas.
2. Projetamos o campo inicial m^0 na malha mais grossa. Fazemos $m_p = m^0$.
3. Resolvemos o problema na malha mais grossa.
4. Injetamos o campo obtido na malha intermediária, usando-o como modelo inicial e como *prior* para a otimização nesta malha.
5. Resolvemos o problema na malha intermediária.
6. Injetamos o campo obtido na malha fina, usando-o como dado inicial e como *prior* para a otimização nesta malha.

7. Resolvemos o problema na malha fina.

Vamos agora discutir as etapas de projeção e de injeção do algoritmo.

6.2 Tratamento do histórico

Os dados de poços (vazões e pressões de fundo) independem da malha de simulação. Já os dados de sísmica 4D (as velocidades v_p , ver Seção 2.4) são conhecidos em cada célula da malha. Desta forma, é necessária a definição de versões grosseiras do campo v_p . Isto é feito através de um procedimento muito simples de *upscaling*, em que o valor do atributo em uma célula da malha grossa é calculado como a média aritmética dos valores nas células finas correspondentes, como ilustrado na Figura 6.1.

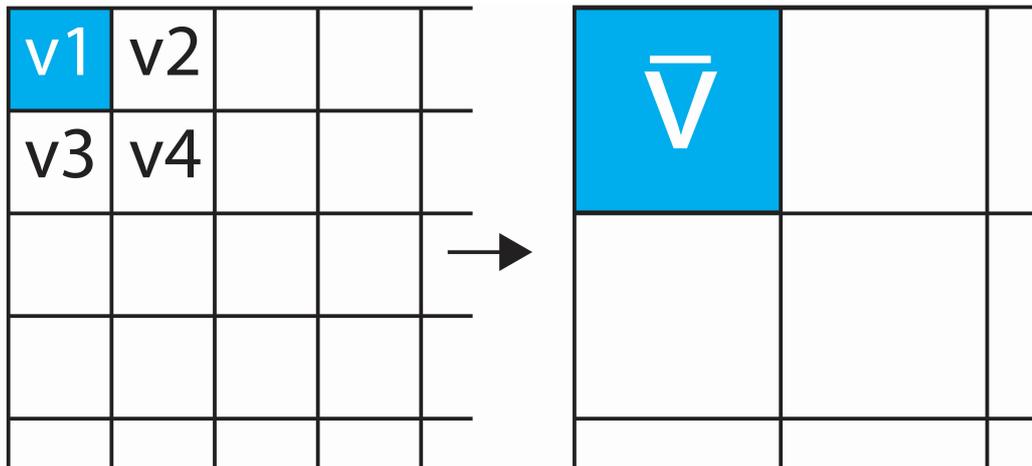


Figura 6.1: $\bar{v} = (v_1 + v_2 + v_3 + v_4)/4$

6.3 Passagem da malha grossa à fina

Vamos discutir agora algumas estratégias de injeção de campos de uma malha grossa a uma malha fina. Veja a Figura 6.2.

6.3.1 A Primeira Estratégia

Em nossos experimentos numéricos, cada bloco da malha fina está contido em um bloco da malha grossa. Assim, a primeira estratégia que usamos foi a de injeção simples, atribuindo a cada bloco da malha fina o mesmo valor que

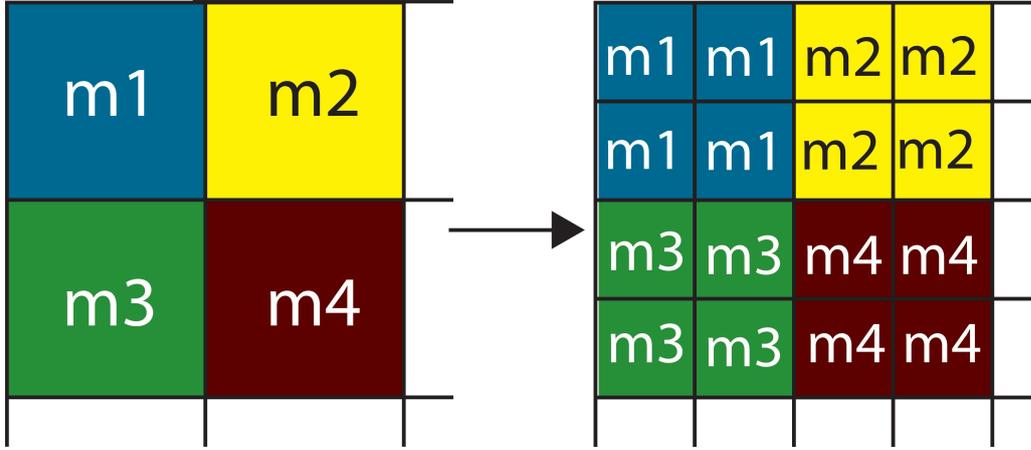


Figura 6.2: Injeção da malha grossa na malha fina — primeira estratégia.

o da malha grossa correspondente. Este procedimento não produziu bons resultados, como ilustra a Figura 6.3, relativa a um experimento numérico do caso bifásico 2D, discutido a seguir.

Para melhor entendermos onde esta estratégia falha, convém decompor a função-objetivo da seguinte forma:

$$\begin{aligned} f(m) &= \frac{1}{2} \langle C_M^{-1}(m - m_p), m - m_p \rangle + \frac{1}{2} \langle C_D^{-1}(g(m) - d_o), g(m) - d_o \rangle \\ &= f_{\text{geo}}(m) + f_{\text{hist}}(m). \end{aligned}$$

No caso em questão temos uma malha fina 32×32 e usamos uma estratégia de 3 níveis. Primeiramente fazemos o ajuste no campo 8×8 , com $m_{\text{inic}}^8 = m_p^8$, onde m_p^8 é o *upscaling* do *prior* original, m_p^{32} . Obtemos como resultado m_f^8 . Fazemos então o ajuste na malha média a partir de $m_{\text{inic}}^{16} = m_f^8$, com m_p^{16} obtido por *upscaling* de m_p^{32} . Finalmente, fazemos o ajuste na malha fina partindo de $m_{\text{inic}}^{32} = m_f^{16}$. Na Tabela 6.4, listamos os valores de f , f_{geo} e f_{hist} iniciais e finais em cada nível.

Vemos assim que cada passagem da malha grossa à mais fina provoca um grande aumento da função objetivo. O multinível chega ao nível 32×32 com um valor de f mais de 6 vezes maior do que o caso padrão, um resultado exatamente oposto ao que se pretendia obter. Não é surpreendente que, subsequentemente, o caso multinível não tenha convergido.

Este resultado ruim pode ser entendido através do seguinte exemplo unidimensional. Suponhamos que a matriz C_M de um reservatório unidimensional tenha um alcance de 1 unidade, e que uma malha grossa tenha blocos de 2 unidades. Então, $m_{j+1} - m_j = \Delta m$ grande pode ser um campo aceitável. No entanto, se fizermos na malha fina $m_j^+ = m_j$ e $m_{j+1}^- = m_{j+1}$,

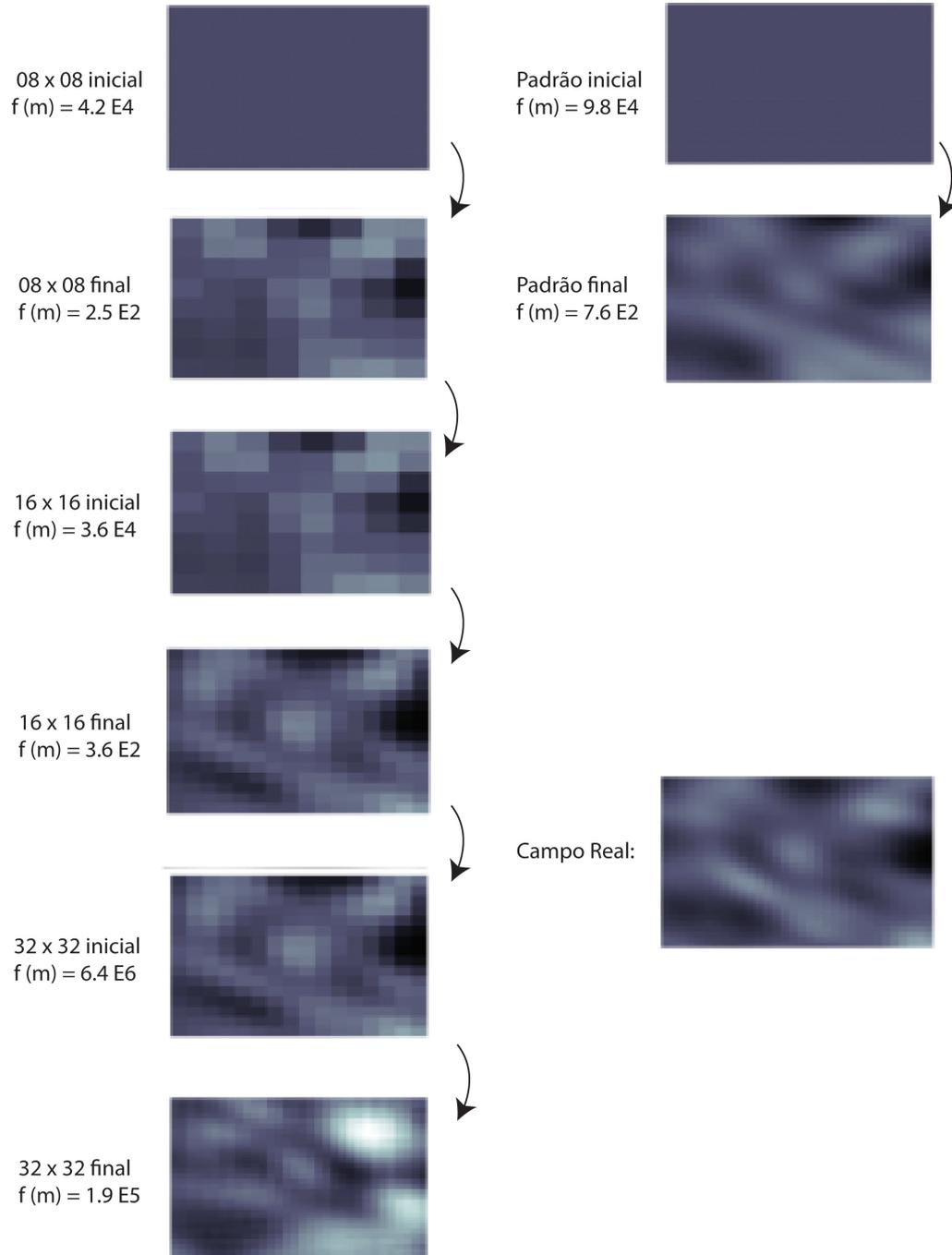


Figura 6.3: Ilustração da primeira estratégia do multinível

| malha | m | $f(m)$ | $f_{\text{hist}}(m)$ | $f_{\text{geo}}(m)$ |
|----------------|------------------------|-------------------|----------------------|---------------------|
| 8×8 | m_{inic}^8 | 4.2×10^4 | 4.2×10^4 | 0.0×10^0 |
| | m_f^8 | 2.5×10^2 | 2.4×10^2 | 1.5×10^1 |
| 16×16 | m_{inic}^{16} | 3.6×10^4 | 1.1×10^4 | 2.5×10^4 |
| | m_f^{16} | 3.6×10^2 | 1.3×10^2 | 2.4×10^2 |
| 32×32 | m_{inic}^{32} | 6.4×10^5 | 5.2×10^3 | 6.4×10^5 |
| | m_f^{32} | 1.9×10^5 | 1.9×10^3 | 1.9×10^5 |

Tabela 6.4: multinível sem suavização.

$m_{j+1}^- - m_j^+ = \Delta m$ torna-se menos provável. Esta observação está coerente com os resultados dos nossos testes. De fato, o crescimento de $f(m)$ quando passamos a uma malha mais fina deve-se ao crescimento de sua componente geostatística *a priori*.

Tendo em vista os resultados obtidos, propusemos uma injeção alternativa, de suavização do campo, conforme discutimos a seguir.

6.3.2 A Segunda Estratégia

Nossa conclusão foi a de que era preciso representar o campo na malha fina levando-se em conta a informação geostatística. Isto foi feito projetando-o num subespaço gerado pelos autovetores da matriz C_M associados aos maiores autovalores. Evidentemente, isto requer o cálculo do espectro (parcial) de C_M . No entanto, este custo adicional não foi significativo nos problemas considerados.

Testamos dois procedimentos para determinar o subespaço de autovetores associados a C_M .

Estratégia A

Consideramos a projeção no subespaço dos autovetores v_j associados a autovalores λ_j com $\lambda_j/\lambda_{\text{max}} \geq \alpha$, onde λ_{max} é o maior autovalor de C_M e α é um parâmetro a ser escolhido. Denotamos por “Ak” testes usando esta estratégia com $\alpha = 10^{-k}$.

| malha | m | $f(m)$ | $f_{\text{hist}}(m)$ | $f_{\text{geo}}(m)$ |
|----------------|------------------------|-------------------|----------------------|---------------------|
| 8×8 | m_{inic}^8 | 4.2×10^4 | 4.2×10^4 | 0.0×10^0 |
| | m_f^8 | 2.5×10^2 | 2.4×10^2 | 1.5×10^1 |
| 16×16 | m_{inic}^{16} | 1.1×10^4 | 1.1×10^4 | 3.4×10^1 |
| | m_f^{16} | 2.8×10^2 | 2.4×10^2 | 4.3×10^1 |
| 32×32 | m_{inic}^{32} | 3.9×10^3 | 3.8×10^3 | 6.4×10^1 |
| | m_f^{32} | 7.2×10^2 | 6.8×10^2 | 4.6×10^1 |

Tabela 6.6: multinível com suavização.

Estratégia B

Chamamos de “Bk” à projeção no subespaço de autovetores correspondente aos k maiores autovalores.

É claro que, fixada uma matriz C_M , ambas as estratégias são equivalentes, no seguinte sentido: para cada k_A , existe um k_B tal que as estratégias Ak_A e Bk_B projetam sobre o mesmo subespaço. E vice-versa. No capítulo de resultados, a Tabela 7.1 explicita esta equivalência.

6.3.3 Exemplo de Suavização

A Figura 6.5 e a Tabela 6.6 ilustram bem o que ocorre na otimização multinível com a estratégia de suavização A2. Na passagem de uma malha grossa a uma malha mais fina, a injeção suavizada respeita a geoestatística da malha fina. Em consequência, há um crescimento aceitável do valor da função objetivo. Assim, esta estratégia permite obter um esquema mais rápido e mais robusto. Neste exemplo, a razão entre os tempos de CPU da estratégia multinível e da estratégia padrão foi de 0.51.

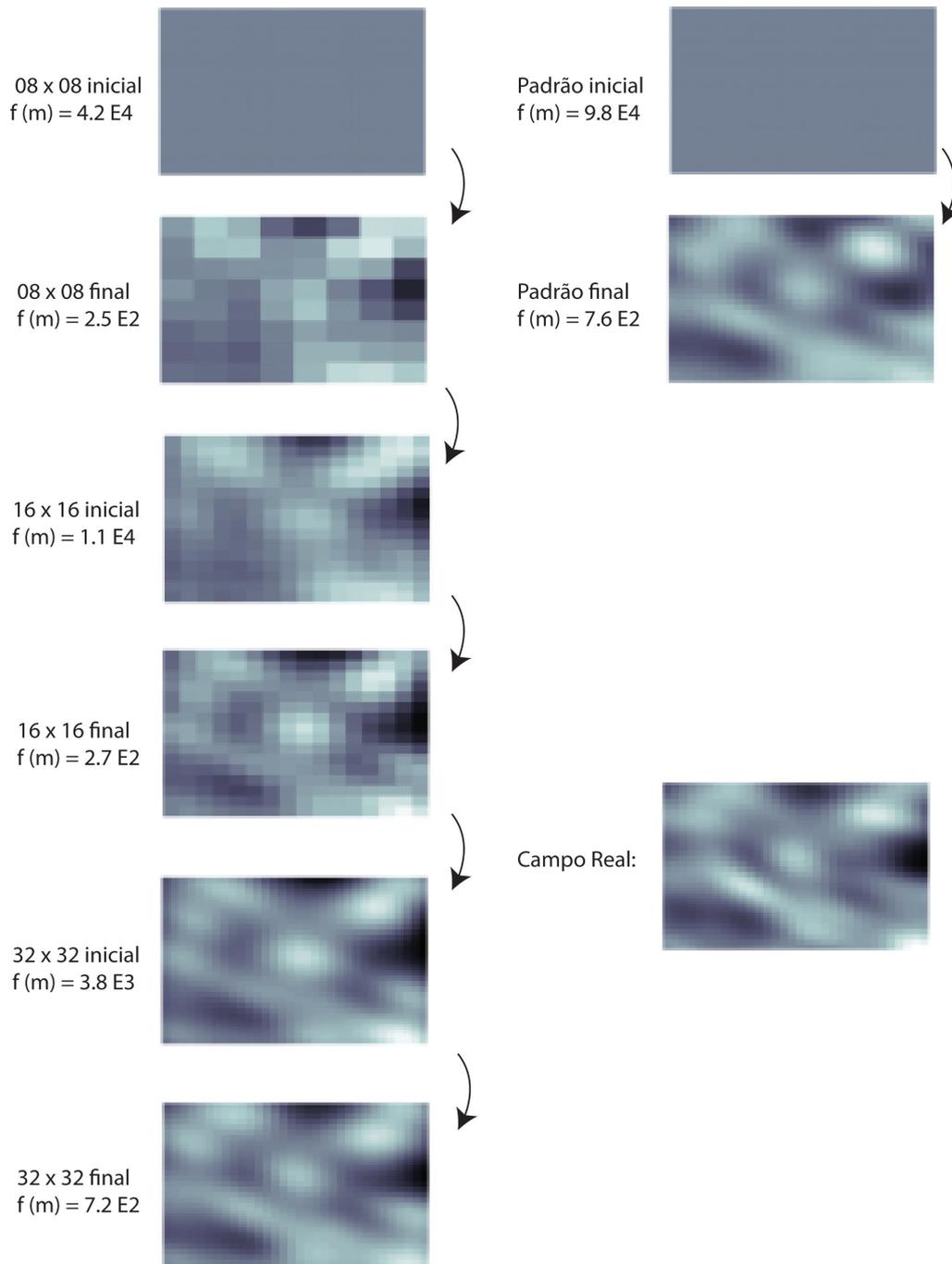


Figura 6.5: Ilustração da segunda estratégia do Multinível

Capítulo 7

Resultados

Neste capítulo, apresentamos um conjunto de experimentos numéricos que indicam que o esquema multinível é uma alternativa interessante para o problema do Ajuste ao Histórico. De fato, ele mostrou ao mesmo tempo melhor desempenho e maior robustez que o esquema tradicional.

Conforme discutido anteriormente, no método de Gauss-Newton, a cada iteração k é preciso aplicar o jacobiano G_k em um vetor de parâmetros e ainda aplicar G_k^t em um vetor de observações, veja o algoritmo em (5.11). Em geral, os simuladores não possuem estas opções de cálculo, e eles não podem ser implementados eficientemente usando-se o simulador como caixa-preta.

Com base nas ideias discutidas em [12], algoritmos de cálculo de derivadas e adjuntas foram implementados pelo grupo do LabmaPetro da UFRJ em um simulador bifásico bidimensional, veja [1], e no simulador *black-oil* 3D SIMPAR, desenvolvido inicialmente pelo CENPES/Petrobras, veja [4]. Nossos experimentos numéricos são todos sintéticos e estão divididos em dois grupos. Um deles compreende problemas bifásicos 2D e utilizam o primeiro simulador. O outro grupo refere-se a problemas *black-oil* 3D, estudados no SIMPAR.

7.1 A Geoestatística sintética

Vamos descrever o modo como definimos a geoestatística *a priori*, comum aos casos bi e tridimensionais. Ela é suposta log-normal e estacionária, com matriz de covariância C_M gerada por uma função de covariância gaussiana.¹ Além disso, são dadas as direções principais de correlação e os respectivos alcances. (Geramos matrizes C_M nas malhas mais grossas da mesma forma,

¹De fato, tivemos problemas numéricos com $\nu = 2$ (caso gaussiano) e usamos o expoente $\nu = 1.999$.

usando as mesmas direções e alcances.) Para maiores detalhes, ver [16, Capítulo 5].

7.2 Caso bifásico 2D

Vamos descrever o caso bidimensional que estamos usando para teste dos esquemas de ajuste multiníveis. Trata-se de um escoamento bifásico bidimensional areal em um reservatório com a forma de um paralelepípedo $200 \times 200 \times 20 \text{ m}^3$ com 5 poços, sendo um injetor no centro e 4 produtores nos cantos. Consideramos os fluidos incompressíveis, a porosidade constante $\phi = 0,2$, uma vazão de injeção de água constante no poço central igual a $400 \text{ m}^3/\text{dia}$ e a vazão total de produção igual a $100 \text{ m}^3/\text{dia}$ em cada poço produtor.

Com o objetivo de testar a estratégia multinível, procedemos da seguinte maneira. Sorteamos o campo “real” usando a matriz C_M . Rodamos o simulador para obter dados de pressão em todos os poços e dados de vazão de óleo nos poços produtores. Em alguns testes, incluímos ainda dados de sísmica 4-D (velocidade da onda- p). Um ruído da ordem de 10% foi introduzido para a sísmica e de 5% para vazão e pressão, para gerar nosso histórico sintético. Dados de poços foram gerados a cada 10 dias, durante um período de 400 dias. Dados de sísmica 4-D foram obtidos no dia 250. Partindo de um campo homogêneo, fizemos o ajuste ao histórico usando o procedimento usual e o procedimento multinível. Em ambos, o critério de parada foi a faixa $N_d - 5\sqrt{2N_d} \leq 2f(m) \leq N_d + 5\sqrt{2N_d}$, assumindo que o mínimo de $2f(m)$ tem uma distribuição χ^2 de média $E[f(m)] = \frac{N_d}{2}$ e desvios padrão $\sqrt{2N_d}$, onde N_d é o tamanho do vetor d_o veja [16, Seção 8.1.1].

7.3 Estratégia de injeção

Inicialmente, fizemos um estudo em problemas 2D para determinar o comportamento das estratégias A e B, discutidas na Seção 6.3. Para isto, geramos um histórico e realizamos ajustes usando Ak e Bk para diferentes valores de k. Foram realizados ajustes usando um histórico composto apenas por vazões e pressões nos poços (coluna “Ajuste sem Sísmica”) e ajustes incluindo sísmica 4D (coluna “Ajuste com Sísmica”). Os resultados de todos estes experimentos estão compilados na Tabela 7.1, onde incluímos ainda uma linha com os resultados do ajuste pelo método padrão (1 nível), para referência. Todos os experimentos foram repetidos a partir de 50 estimativas iniciais sorteadas. Os ajustes multinível foram bem sucedidos em todos os casos, enquanto

o esquema padrão convergiu em 44 dos casos, com sísmica, e em 46, sem sísmica. Apresentamos nesta tabela, na coluna “Razão”, a razão entre o tempo total dos ajustes com o esquema multinível e o com o esquema padrão (considerando-se apenas os casos que convergiram) e, na coluna “ \bar{f}_{final} ”, a média dos valores finais da função objetivo.

| Estrat. (equiv.) | | Ajuste com Sísmica $\bar{f}_{\text{inicial}} = 1.8 \times 10^5$ | | Ajuste sem Sísmica $\bar{f}_{\text{inicial}} = 1.3 \times 10^5$ | |
|------------------|--------|--|--------------------------|--|--------------------------|
| | | Razão | \bar{f}_{final} | Razão | \bar{f}_{final} |
| A1 | (B15) | 0.62 | 734 | 0.58 | 207 |
| A2 | (B34) | 0.63 | 728 | 0.57 | 204 |
| A3 | (B55) | 0.54 | 738 | 0.54 | 205 |
| A4 | (B76) | 0.52 | 737 | 0.57 | 206 |
| A5 | (B103) | 0.55 | 758 | 0.59 | 210 |
| B10 | (A0.6) | 1.02 | 743 | 1.13 | 219 |
| B20 | (A1.2) | 0.77 | 730 | 0.56 | 205 |
| B30 | (A1.7) | 0.49 | 745 | 0.54 | 211 |
| B40 | (A2.2) | 0.60 | 738 | 0.53 | 205 |
| B50 | (A2.7) | 0.53 | 725 | 0.53 | 208 |
| B60 | (A3.2) | 0.51 | 735 | 0.55 | 208 |
| B70 | (A3.6) | 0.51 | 732 | 0.54 | 210 |
| B80 | (A4.1) | 0.53 | 740 | 0.59 | 213 |
| B90 | (A4.5) | 0.53 | 751 | 0.59 | 207 |
| B100 | (A4.8) | 0.55 | 761 | 0.62 | 208 |
| padrão | | 1.00 | 760 | 1.00 | 220 |

Tabela 7.1: Estratégias para passagem entre malhas.

A partir destes resultados, decidimos considerar apenas a estratégia A, por ser menos dependente do problema, restringindo-nos aos casos A2 e A3.

7.4 Múltiplas soluções

Em geral, a informação do histórico é insuficiente para caracterizar univocamente o campo. A introdução da geoestatística permite regularizar o problema e restringir o conjunto de campos admissíveis. Mesmo assim, espera-se que exista um conjunto, eventualmente grande, de soluções do problema.

Deste modo, o que se espera idealmente é a descrição de todos os campos admissíveis. Este é um objetivo que está fora do escopo deste trabalho. O que estudamos aqui é a habilidade do esquema multinível em obter diversas

realizações. Para isto, fizemos várias simulações, a partir de campos iniciais sorteados segundo a distribuição de probabilidade *a priori*. Na Figura 7.4 mostramos diversas soluções obtidas pelo método multinível, enquanto que a Figura 7.4 apresenta soluções obtidas pelo método original. Ambos os algoritmos foram capazes de produzir múltiplas soluções.

Um aspecto importante neste contexto é o espectro de cenários futuros que este conjunto de realizações pode fornecer. É o que estudamos na próxima seção.

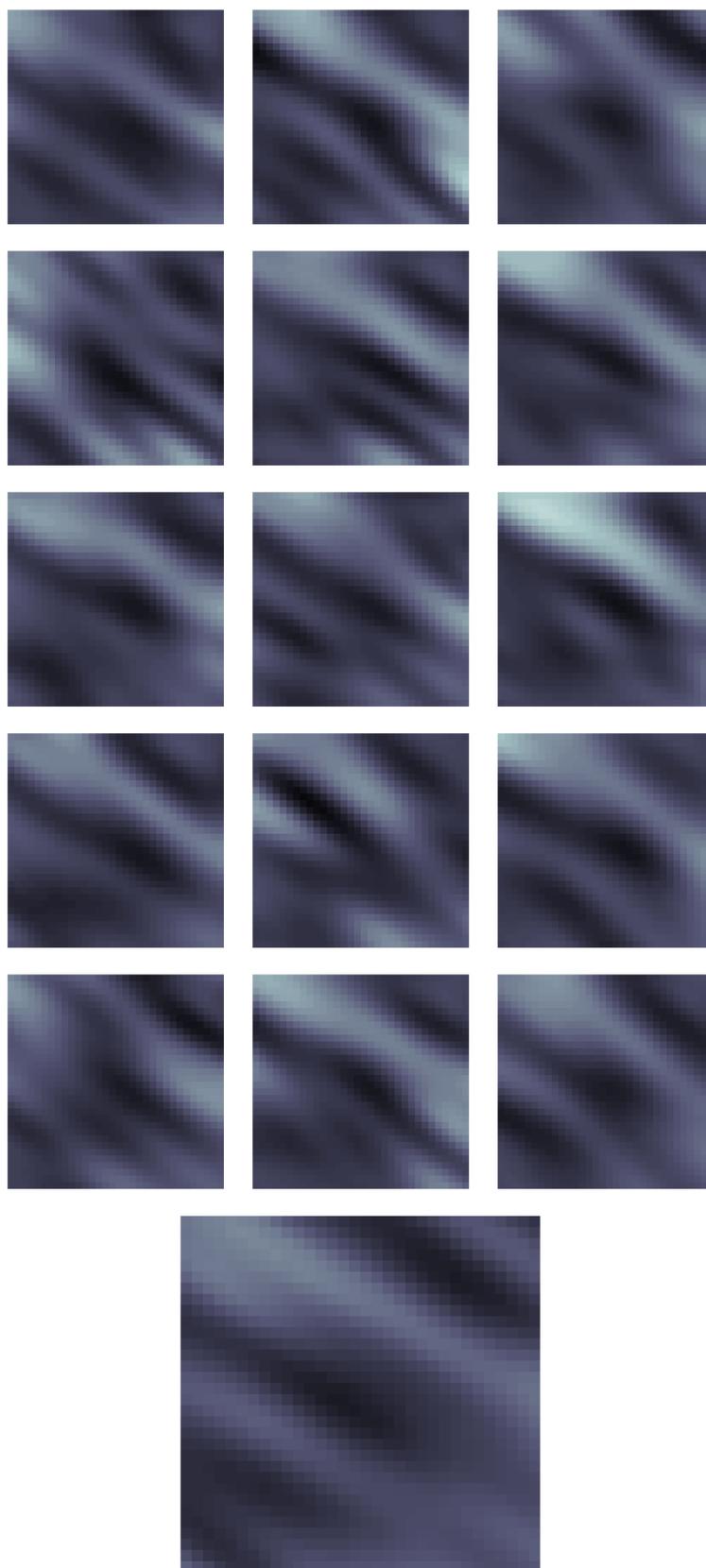


Figura 7.2: Ajustes com multinível e o campo real.

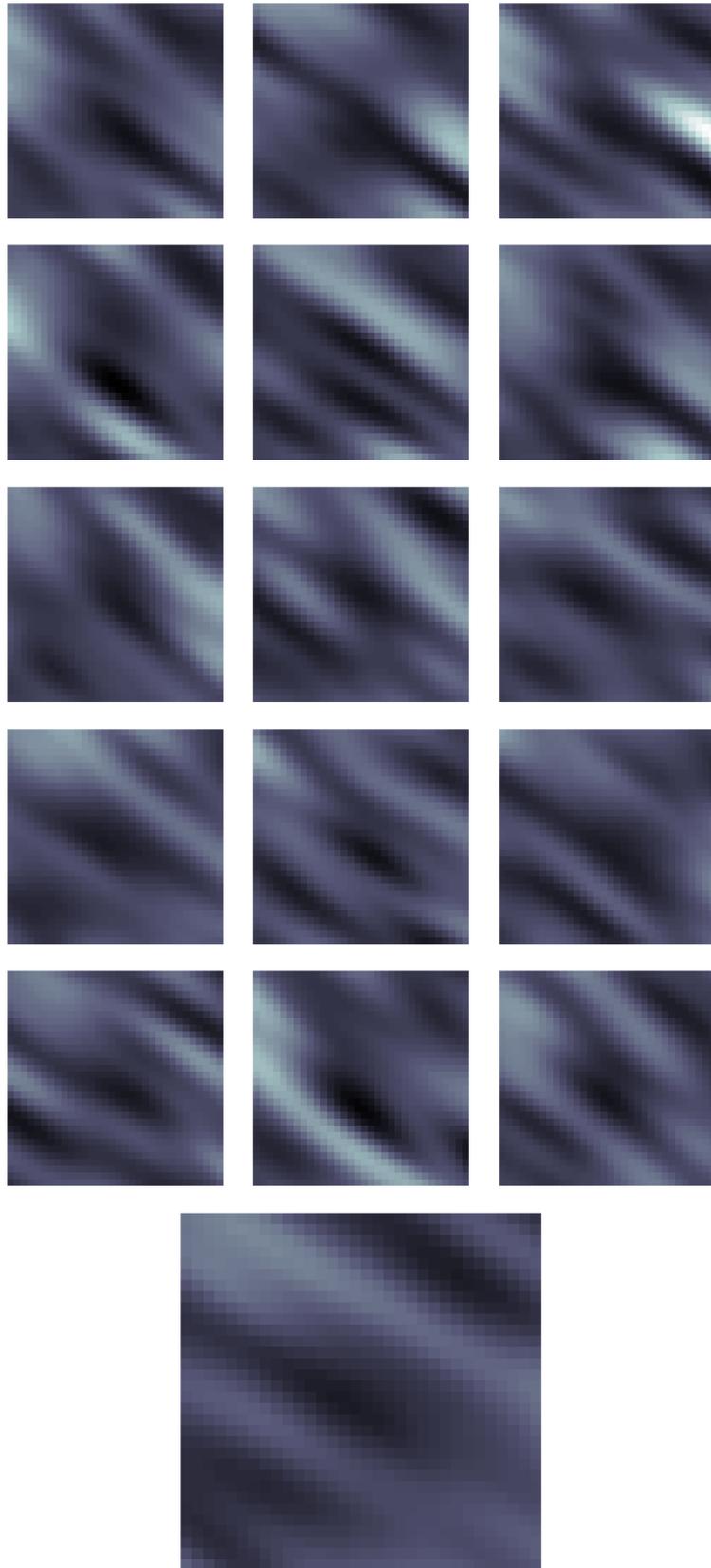


Figura 7.3: Ajustes com o esquema padrão e o campo real.

7.5 Cenários futuros

Para estudar o espectro de cenários, consideramos um histórico de 120 dias (0,3 V.P.I.) e depois observamos a produção futura dos campos encontrados, até o dia 400. Foram realizadas 50 rodadas, sendo que 49 delas convergiram no esquema multinível e 37 no padrão. As Figuras 7.4 e 7.5 mostram as previsões do esquema multinível. As Figuras 7.6 e 7.7 apresentam as do esquema padrão. Os resultados indicam que os dois esquemas têm potenciais semelhantes de amostragem de cenários futuros.

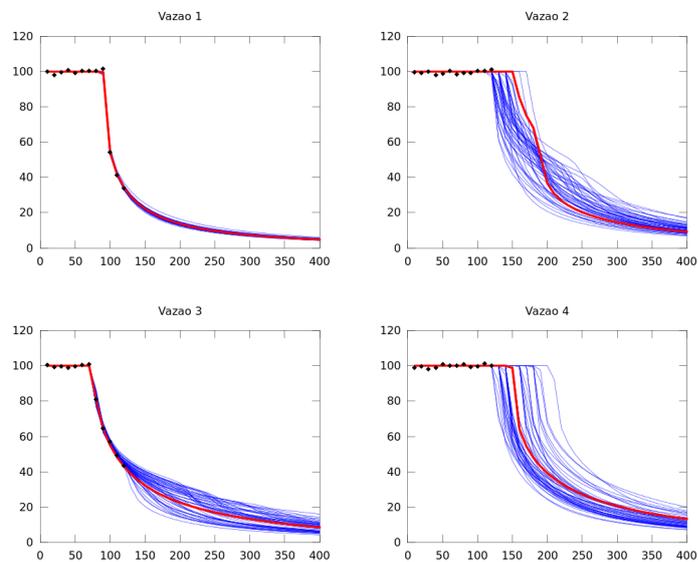


Figura 7.4: Vazões para o método multinível. Em preto, observado; em azul, ajustes; em vermelho, o real.

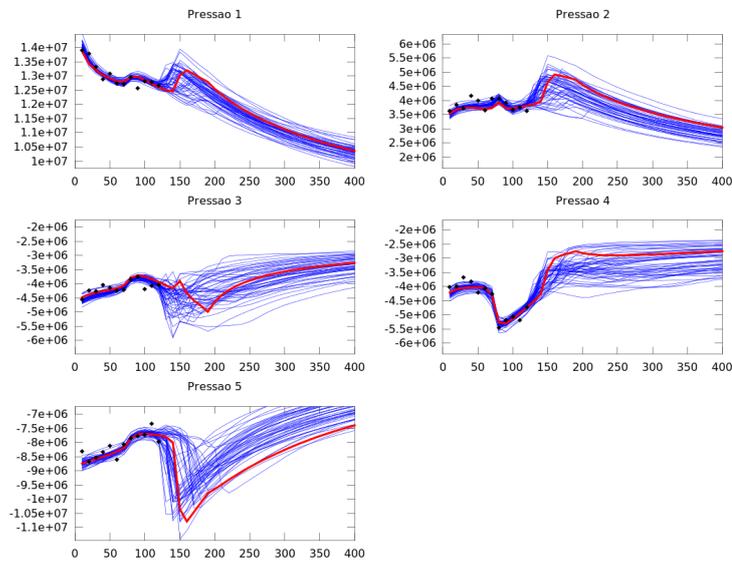


Figura 7.5: Pressões para o método padrão. Em preto, observado; em azul, ajustes; em vermelho, o real.

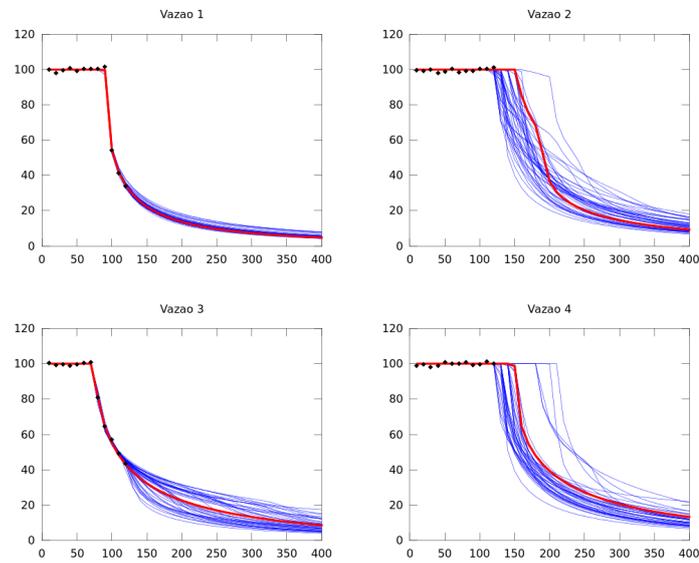


Figura 7.6: Vazões para o método padrão. Em preto, observado; em azul, ajustes; em vermelho, o real.

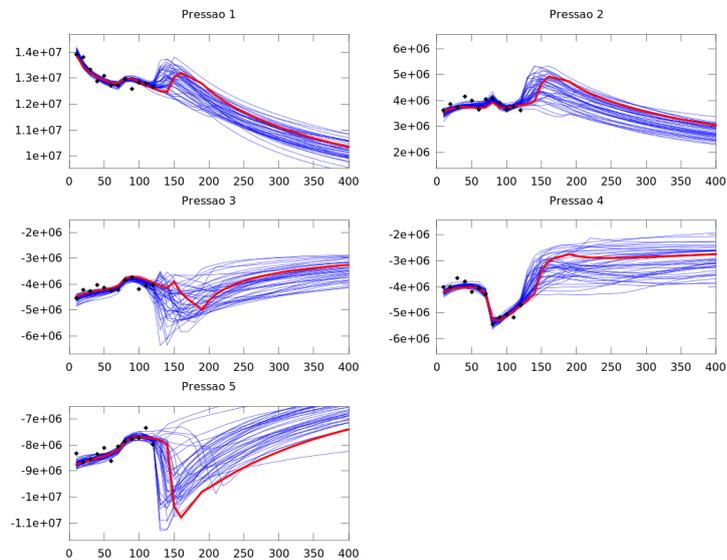


Figura 7.7: Pressões para o método padrão. Em preto, observado; em azul, ajustes; em vermelho, o real.

7.6 Multinível em diferentes níveis

Estudamos também o desempenho do esquema multinível de acordo com o número de níveis empregados. Consideramos aqui um campo quadrado com 4 poços nos cantos, com dois produtores em extremos opostos e dois injetores, também em extremos opostos. Assim, a localização dos poços varia pouco nos diversos níveis. Fizemos uma simulação para 50 casos, nos métodos de 2, 3 e 4 níveis. Foi calculada a razão entre o tempo total dos ajustes multinível e o dos padrão, considerando-se apenas os casos em que os dois métodos convergiram.

No método padrão, não houve convergência em cinco casos. No método de dois níveis dois casos não convergiram e obtivemos a razão de 0.55. Com três níveis um caso não convergiu e a razão foi de 0.42. O esquema de quatro níveis produziu uma razão de 0.54 e todos os casos convergiram.

Estes resultados estão em concordância com os testes anteriores, que indicavam a robustez do esquema multinível. Aqui, o número de insucessos diminui à medida em que se aumenta o número de níveis de resolução do algoritmo.

7.6.1 Sobre a projeção

Nos perguntamos se a maior robustez do método multinível se explica simplesmente pela suavização aplicada na passagem da malha grossa para a malha fina. Para averiguar isso, suavizamos 50 campos iniciais que haviam convergido no método multinível e fizemos um novo ajuste usando o esquema padrão. Todavia, os resultados foram análogos aos do caso padrão sem suavização. Desta forma, descartamos a hipótese levantada.

7.7 Caso 3D

Vamos agora descrever algumas experiências numéricas com o esquema multinível em problemas tridimensionais. Estes testes foram realizados usando o SIMPAR, um simulador desenvolvido pelo CENPES/PETROBRAS. O SIMPAR original foi atualizado pela equipe do LabmaPetro do IM/UFRJ, e possui ferramentas de cálculo de derivada e adjunta. Ele é um simulador *black-oil* 3D totalmente implícito. Veja [4] para mais informações.

Em nossos testes, usamos uma malha $32 \times 32 \times 3$, de porosidade constante e igual a 0.2. A dimensão do reservatório é de $3200 \times 3200 \times 90$ pés cúbicos. Consideramos um modelo *5-spot* como antes, 4 poços produtores nos cantos e 1 injetor no centro. Os campos de permeabilidade são gerados com uma matriz de covariância de alcance de 1500 pés na direção principal, 750 na secundária ambas horizontais e 105 na vertical. A direção principal apresenta uma inclinação $\theta = \arccos 0.6$ com relação aos eixos coordenados. Dois desvios-padrão de permeabilidade (95%) correspondem à faixa entre 10 e 1000 mD.

No poço injetor, a vazão de água é prescrita em 8000 bbl/dia. Em dois poços produtores diagonalmente opostos, a vazão total de líquido é prescrita em 2200 bbl/dia, e em 1600 bbl/dia nos outros dois produtores.

O tempo de simulação foi de 1650 dias. Observamos a cada 50 dias as vazões de água, óleo e gás dos poços produtores, assim como as pressões de fundo de poço em todos os 5 poços.

Nos testes realizados com o esquema multinível, fizemos o *upscaling* somente nas dimensões horizontais, mantendo sempre três níveis verticais.

7.7.1 Soluções obtidas

A Figura 7.8 mostra o resultado de um ajuste utilizando o esquema padrão (1-nível). Em cada coluna, são mostradas as três camadas: para o campo inicial, o ajustado e o real. Chamamos a atenção para a grande semelhança entre os campos inicial e ajustado. No entanto, quando se olha para as curvas

de produção (Figura 7.9), percebe-se que o ajuste era necessário e foi bem-sucedido. (Mostramos apenas o poço onde as curvas iniciais e o histórico mais diferiam. Em todos os poços a qualidade do ajuste foi igualmente boa.)

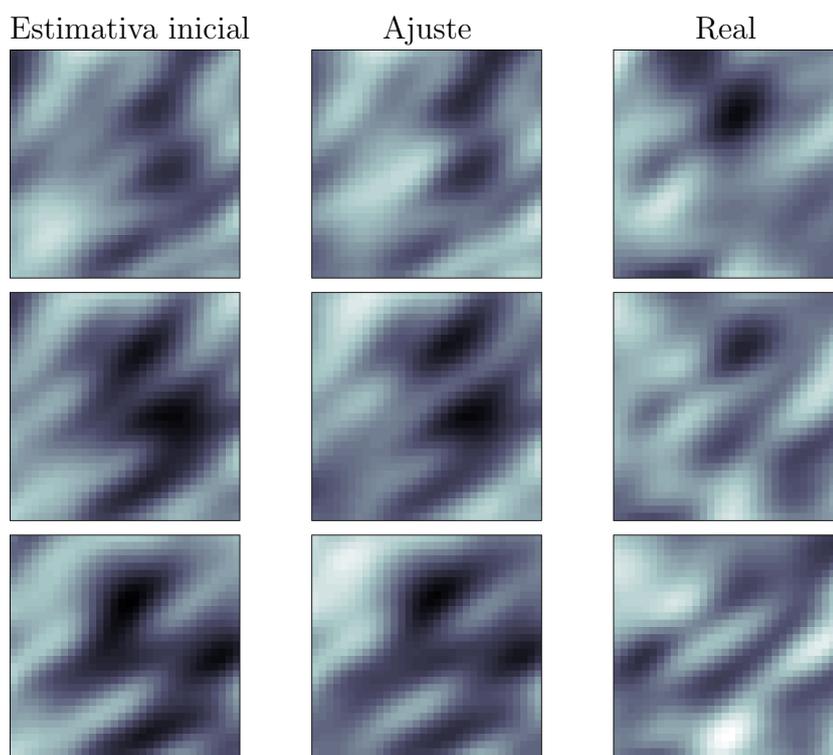


Figura 7.8: Campo ajustado pelo esquema padrão – 3 camadas.

Resolvemos o mesmo problema com o esquema multinível. Não incluímos os gráficos do ajuste das curvas, da mesma qualidade que os do esquema padrão. Na Figura 7.10, esquematizamos o processo de solução. Observamos que o campo ajustado não é tão próximo do inicial como no caso padrão. Este afastamento ocorre notavelmente na otimização no nível mais grosso. Aparentemente, não existe uma solução próxima do modelo inicial nesta malha.

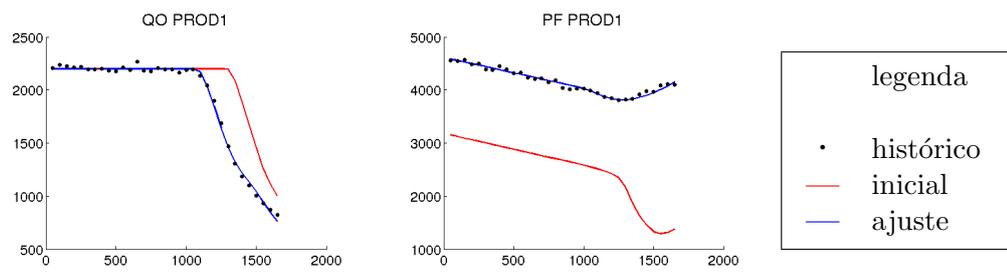


Figura 7.9: Ajuste com esquema padrão.

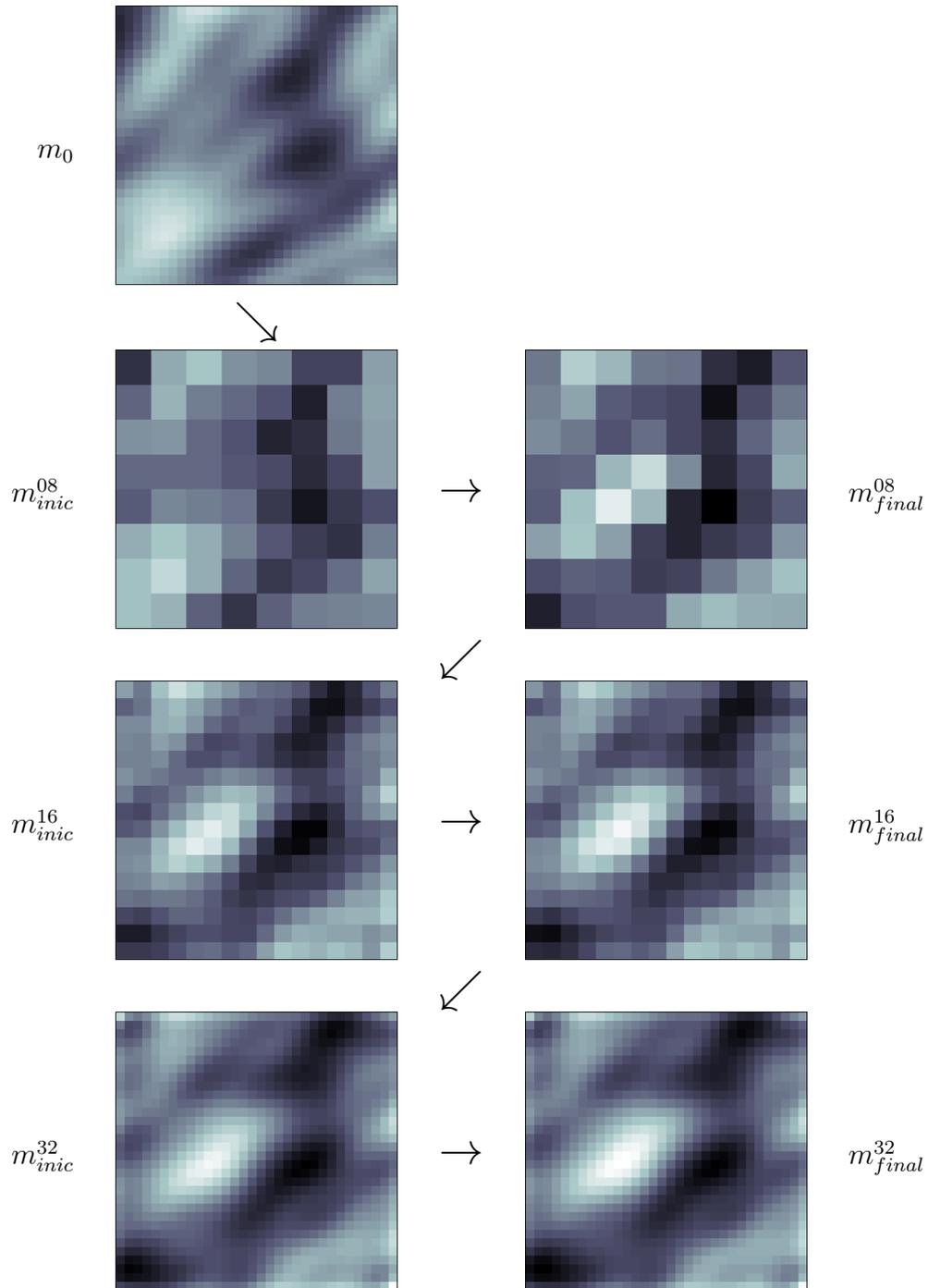


Figura 7.10: Processo de ajuste multinível: setas inclinadas indicam passagem entre níveis; setas horizontais, otimizações.

7.7.2 Robustez e Custo Computacional

Para testar a robustez do esquema, simulamos 50 ajustes com estimativas iniciais sorteadas. No otimizador padrão, apenas 27 dos 50 casos convergiram.

No esquema de 2 níveis, $16 \times 16 \times 3$ e $32 \times 32 \times 3$, usando a estratégia A3, 42 dos 50 casos convergiram. Com relação ao custo computacional, a razão entre os tempos foi igual a 0.42. Com 3 níveis, $08 \times 08 \times 3$, $16 \times 16 \times 3$ e $32 \times 32 \times 3$, testamos as estratégias A1, A2 e A3. Não houve convergência em A1. Na estratégia A2 45 de 50 convergiram. Já na estratégia A3, todos os casos convergiram. Com A2, obtivemos razão igual a 0.7 e com A3, igual a 0.3. Note que os ganhos em desempenho foram ainda mais expressivos nos experimentos 3D do que no caso 2D.

7.7.3 Cenários futuros

Estudamos também a variabilidade dos cenários que se podem projetar a partir dos diversos ajustes obtidos. Apresentamos gráficos de vazão de óleo e de pressão nos poços, para um intervalo de tempo que compreende o histórico e mais um período de previsão. Incluímos os dados do histórico, as curvas relativas ao campo real e as curvas relativas a cada um dos campos ajustados. As Figuras 7.11 e 7.12 apresentam os resultados do ajuste multinível, enquanto as Figuras 7.13 e 7.14 apresentam os do esquema padrão.

Notamos que aquela variabilidade de cenários é grande. Campos que ajustam muito bem o histórico apresentam comportamentos futuros bastante distintos, como se nota, por exemplo, nas curvas de vazão de óleo dos poços PROD2 e PROD4. Isto mostra a importância de se obter um conjunto de cenários que procure amostrar a PDF *a posteriori*.

Neste caso, os dois esquemas apresentaram resultados qualitativamente semelhantes. Ambos produziram “faixas azuis” semelhantes, envolvendo as curvas vermelhas.

Repetimos o experimento, desta vez fechando o poço PROD1 ao final do período de histórico (quando o corte de água era de 63%). Os resultados são apresentados nas Figuras 7.15 e 7.16, para o esquema multinível, e nas Figuras 7.17 e 7.18, para o padrão. Novamente, observamos uma grande variabilidade de cenários futuros e uma semelhança dos desempenhos dos esquemas padrão e multinível. Notamos, no entanto, que no gráfico de vazão de óleo do poço PROD3 do multinível (Figura 7.15), a previsão real sai um pouco da faixa azul.

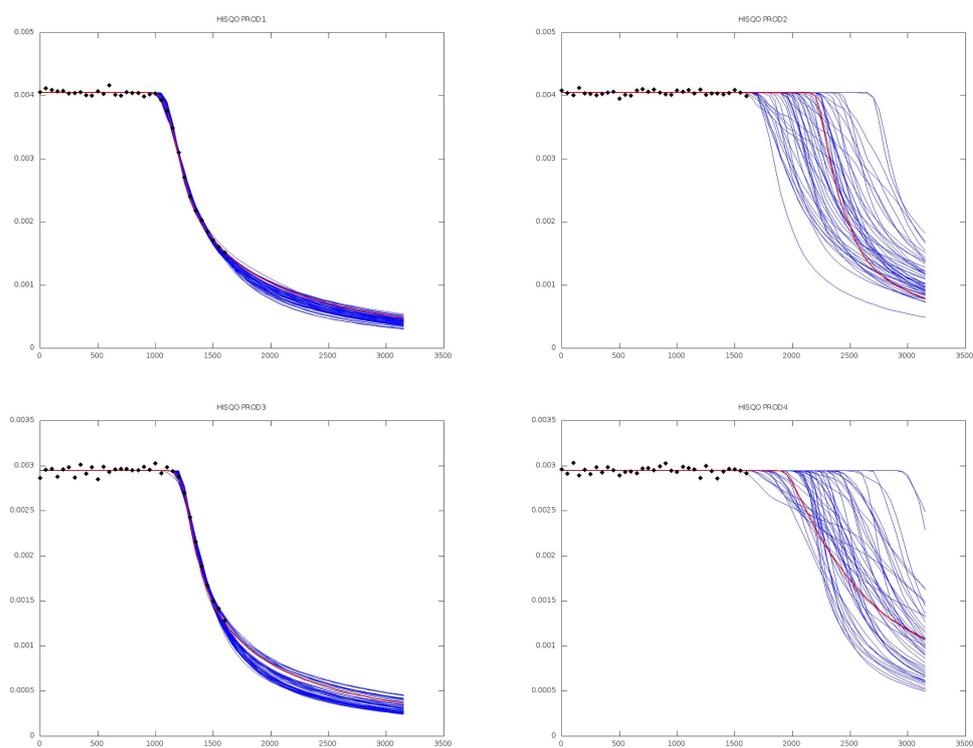


Figura 7.11: Cenários para vazão de óleo, método multinível. Em vermelho, real; em azul, ajustes; em preto, histórico.

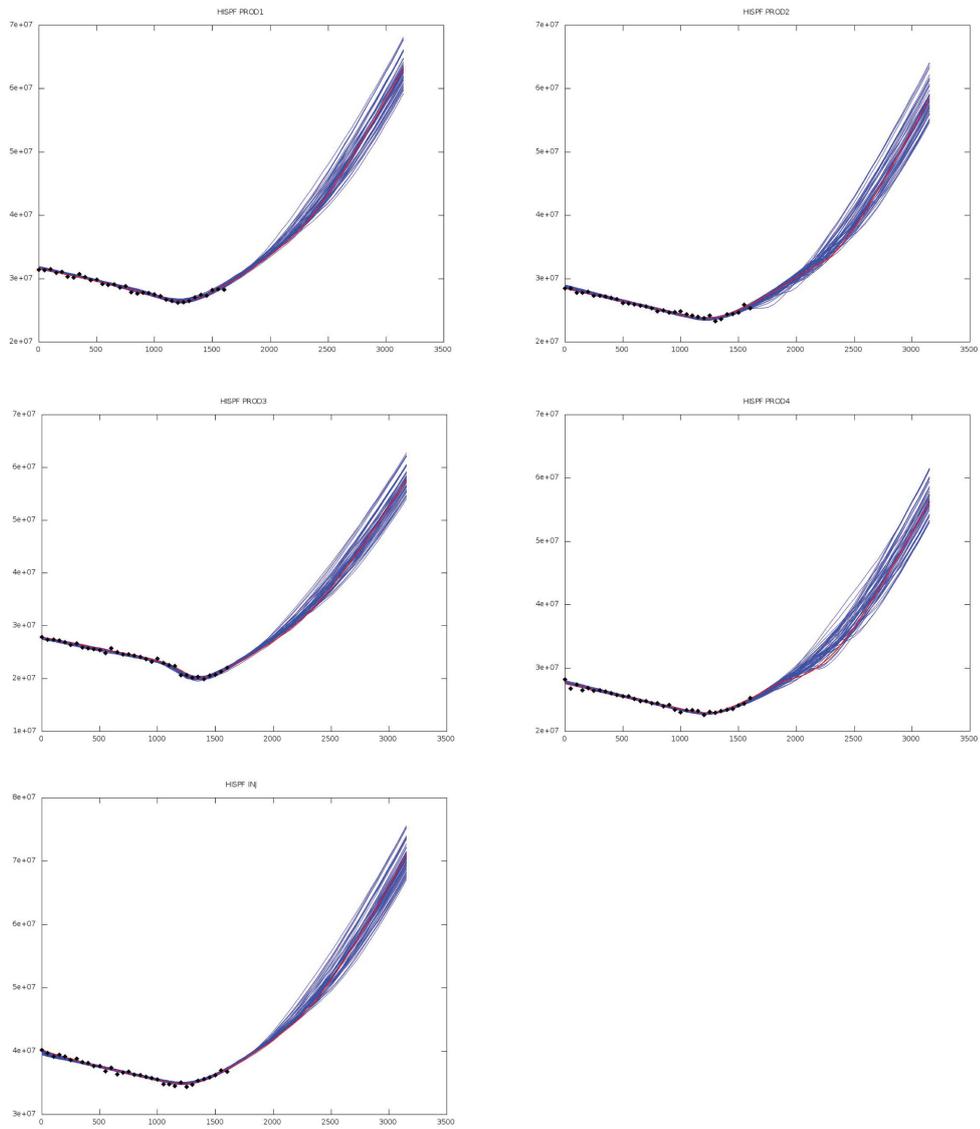


Figura 7.12: Cenários para Pressão de fundo de poço, método multinível. Em vermelho, real; em azul, ajustes; em preto, histórico.

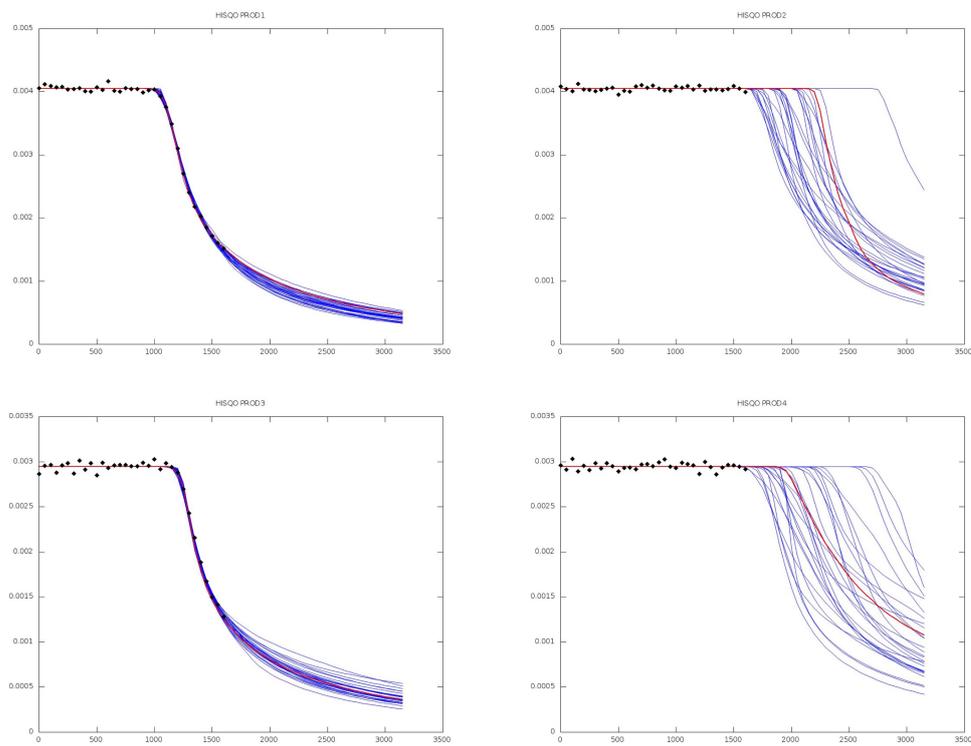


Figura 7.13: Cenários para vazão de óleo, método padrão. Em vermelho, real; em azul, ajustes; em preto, histórico.

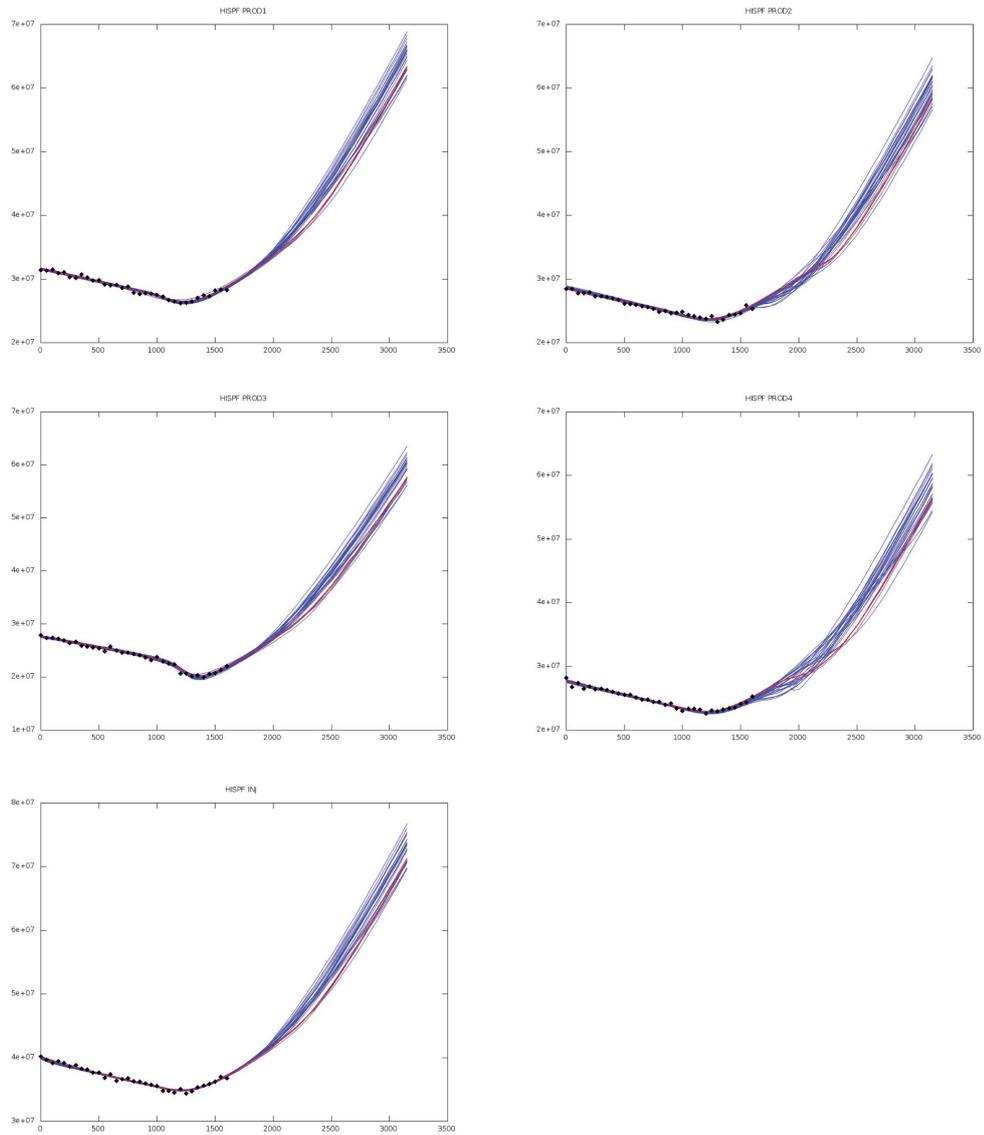


Figura 7.14: Cenários para pressão de fundo de poço, método padrão. Em vermelho, real; em azul, ajustes; em preto, histórico.

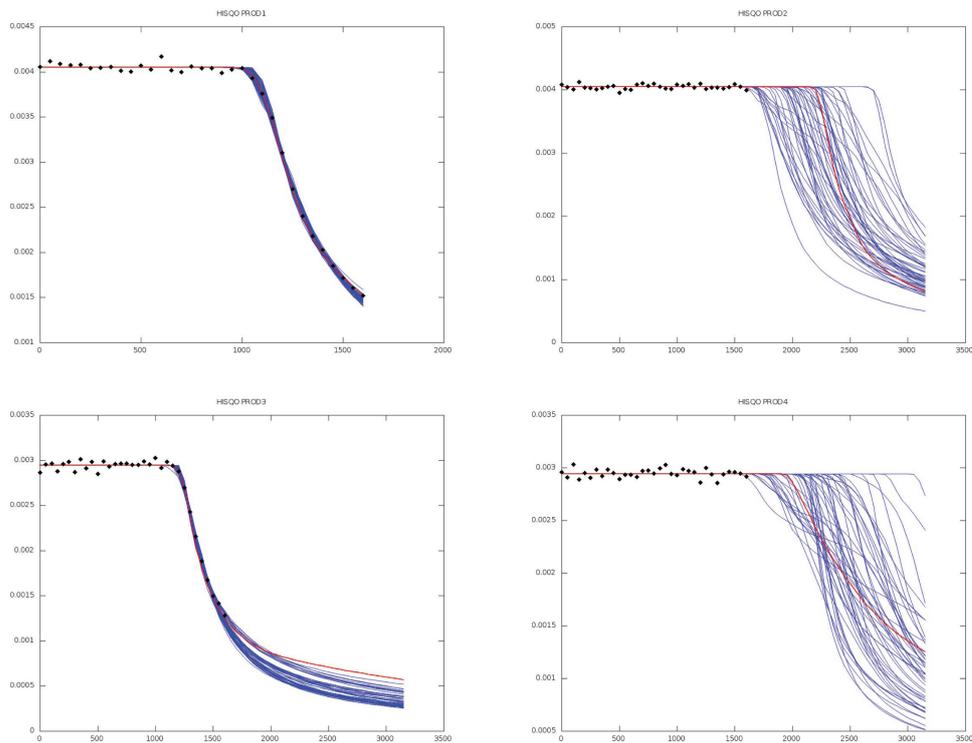


Figura 7.15: Cenários para vazão de óleo com Poço 1 fechado ao final do ajuste, método multinível. Em vermelho, real; em azul, ajustes; em preto, histórico.

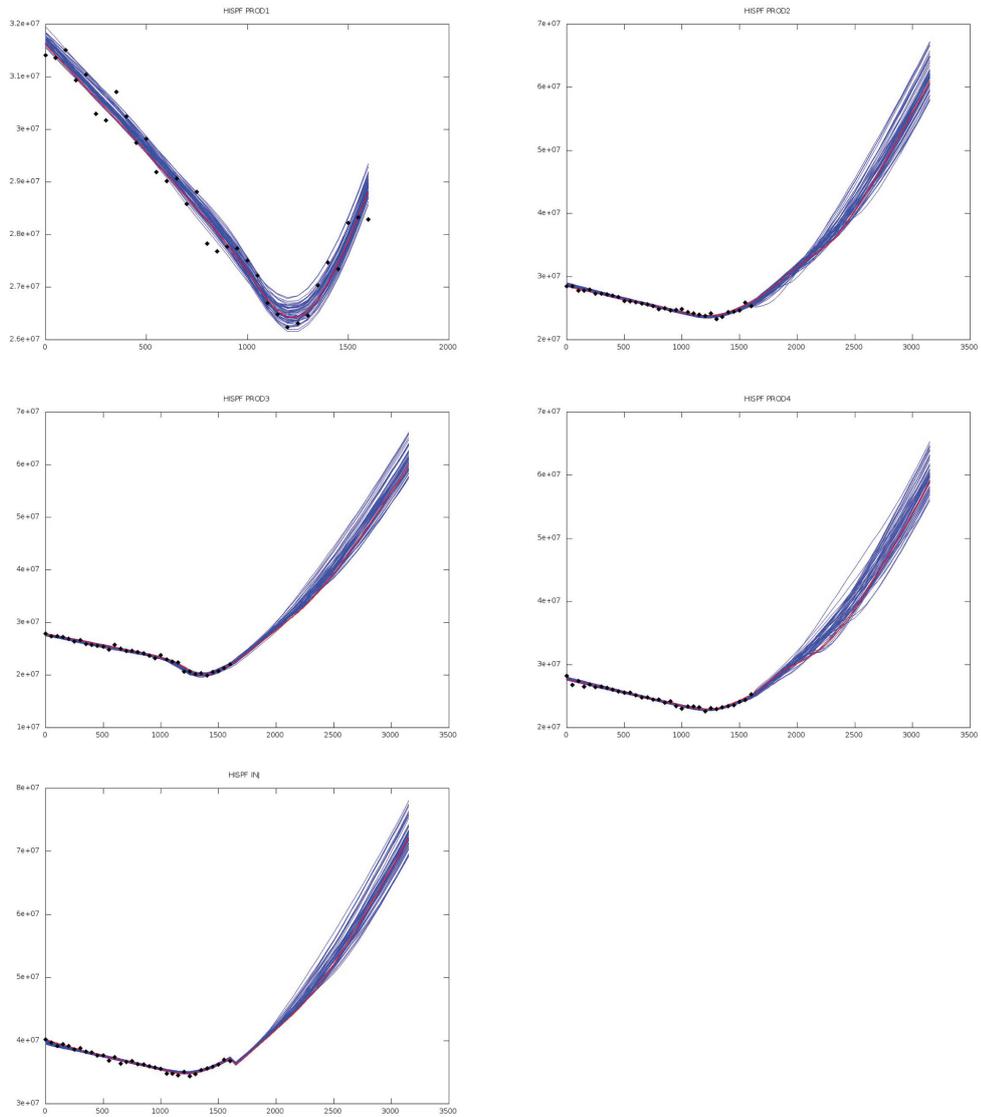


Figura 7.16: Cenários para pressão de fundo de poço com Poço 1 fechado ao final do ajuste, método multinível. Em vermelho, real; em azul, ajustes; em preto, histórico.

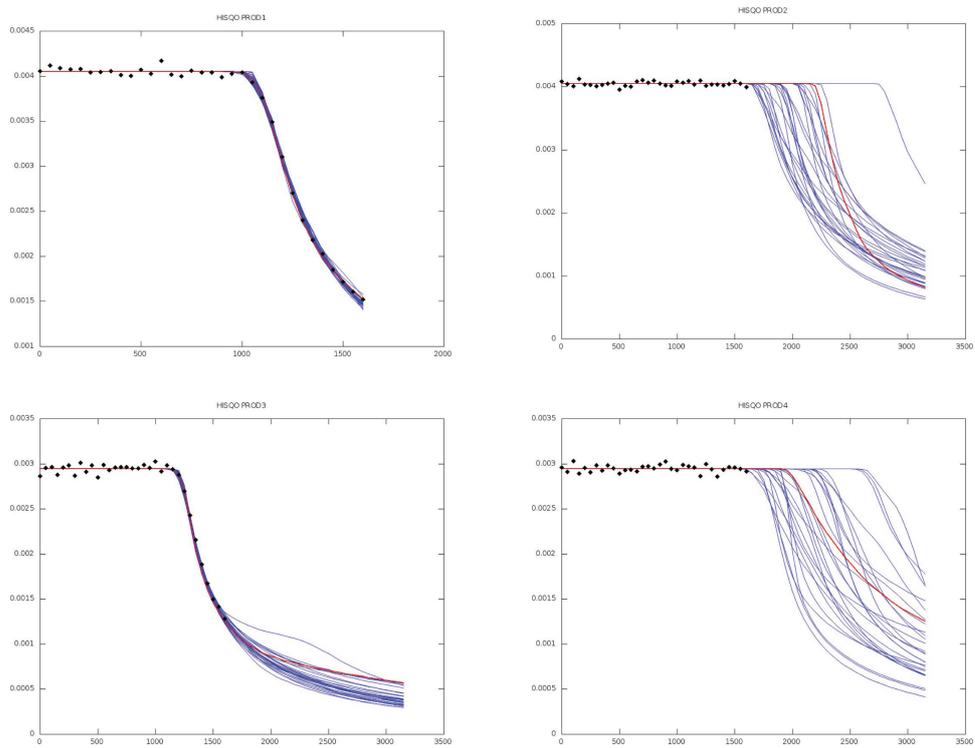


Figura 7.17: Cenários para vazão de óleo com Poço 1 fechado ao final do ajuste, método padrão. Em vermelho, real; em azul, ajustes; em preto, histórico.

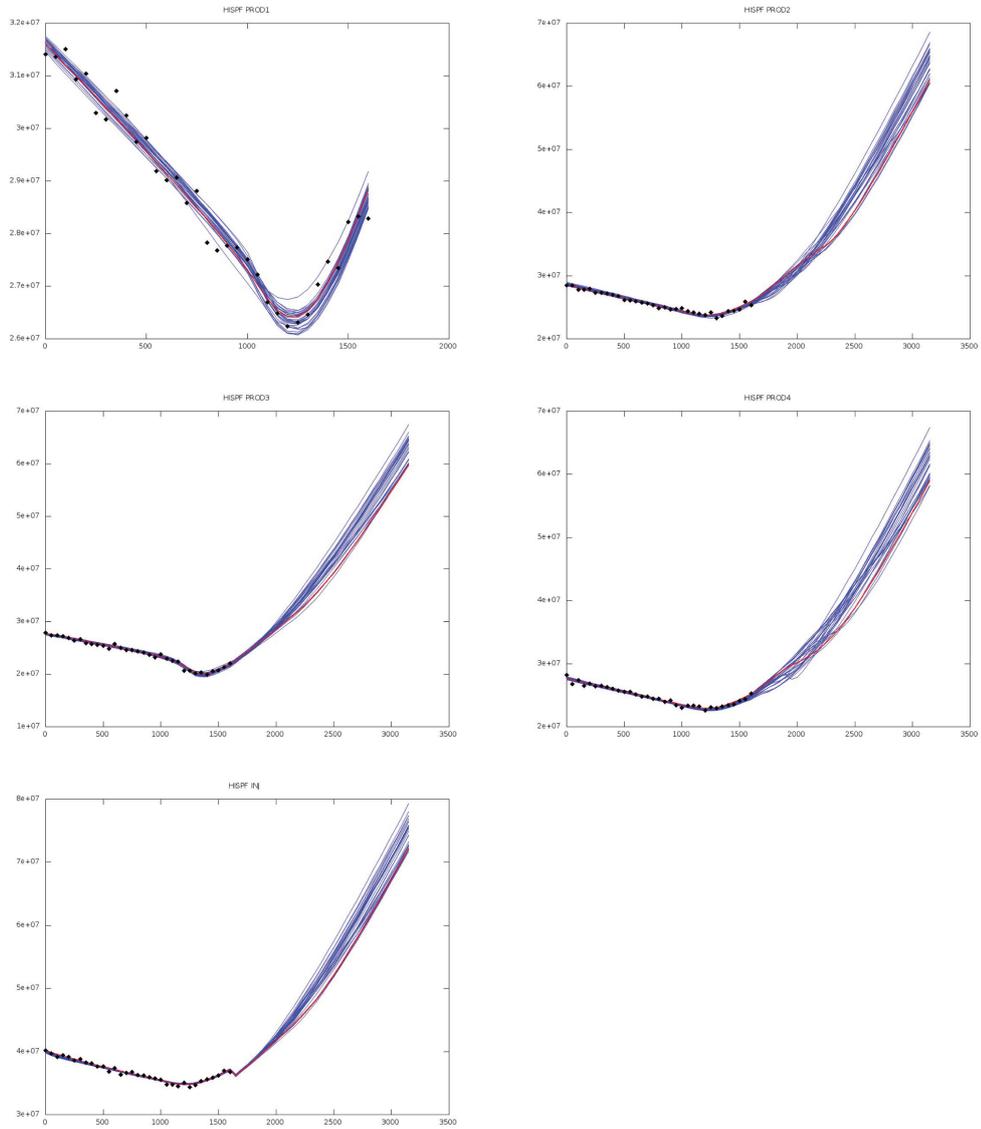


Figura 7.18: Cenários para pressão de fundo de poço com Poço 1 fechado ao final do ajuste, método padrão. Em vermelho, real; em azul, ajustes; em preto, histórico.

Capítulo 8

Conclusões

Nosso principal objetivo neste trabalho foi o de estudar um esquema multinível para o Ajuste ao Histórico. Este estudo foi desenvolvido em dois problemas distintos. O primeiro é um modelo água-óleo 2D, o segundo consiste em um modelo *black-oil* 3D. Nos dois casos, o multinível mostrou um excelente desempenho. Dentre suas características mais relevantes, destacamos:

- Robustez — O ajuste com o esquema padrão nem sempre foi bem sucedido. Nos experimentos 3D, houve convergência em cerca de 54% dos casos. No caso multinível com 3 níveis, todos os casos convergiram (com 2 níveis, 84% dos casos convergiram).
- Desempenho — O esquema multinível foi sistematicamente mais rápido do que o original. Considerando-se apenas os casos convergentes do caso 3D, a estratégia de 3 níveis mostrou-se cerca de 3 vezes mais rápida do que a padrão.
- Sensibilidade aos Parâmetros — Um elemento-chave do esquema é a transferência da malha grossa à fina. Ela é feita por projeção em um subespaço de autovetores da matriz de covariância C_M . Observamos que o esquema global é relativamente pouco sensível à dimensão deste subespaço.

A solução do problema de Ajuste ao Histórico, sob a ótica Bayesiana, consiste na determinação da PDF *a posteriori* do campo de parâmetros. Uma resolução aproximada satisfatória do problema consiste em se obter uma boa amostragem desta PDF. Não abordamos neste trabalho as técnicas estatísticas apropriadas para a obtenção desta amostragem. Estas técnicas envolvem, em geral, a resolução de um grande número de otimizações. Como

cada otimização é bastante custosa, encontrar um conjunto representativo de campos com bom ajuste é um grande desafio. Neste sentido, a busca de estratégias de ajuste eficientes é um problema relevante.

O esquema multinível proposto mostrou-se robusto e eficiente. Procuramos verificar se ele era capaz de obter soluções que amostrassem convenientemente os cenários futuros. Nossos experimentos preliminares em problemas 2D e 3D indicam que, deste ponto de vista, os esquemas multinível e padrão têm desempenhos semelhantes.

Finalmente, observamos que, nos testes realizados, a estrutura cartesiana dos reservatórios e das malhas tornaram simples o *upscaling*. Dado o bom desempenho do esquema de vários níveis, seria interessante estudar a aplicação destas ideias a problemas com configurações mais complexas.

Referências Bibliográficas

- [1] Elisa Portes dos Santos Amorim. Ajuste automático de histórico baseado em tsvd. Mestrado, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2009.
- [2] More J. J. Averick B.M., Carter R. G. Minpack-2 project, <http://ftp.mcs.anl.gov/pub/minpack-2/csrch/dcsrch.f>, 1993.
- [3] Settari A. Aziz K. *Petroleum Reservoir Simulation*. London: Elsevier Applied Science Publishers, 1979.
- [4] CENPES/DIGER. *SIMPAR Manual do Usuário versão 2.0*. 1995.
- [5] Ma Y Chen Z, Huan G. *Computational methods for multiphase flows in porous media*. SIAM, 2006.
- [6] Oliver D.S. Dong Y. Discrimination between pressure and fluid saturation changes in time-lapse seismic data. *Geophysics*, 10:91–99, 2005.
- [7] Dickstein F. e Goldfeld P. e Pfeiffer G.T. e Amorim E.P.S. e Santos R.W. e Gómez S.G. A study of the impact of 4d-seismic data on tsvd-based schemes for history matching. *SPE 138864-PP*, 2010.
- [8] van Loan C. F. Golub G. H. *Matrix Computations, 4th ed.* The Johns Hopkins University Press, 2013.
- [9] Jain C Jacquard P. Permeability distribution from field pressure data. *SPE J.*, 5(4),:281–294, 1965.
- [10] H.O Jahns. A rapid method for obtaining a twodimensional reservoir description from well pressure response data. *SPE J.*, 6(12),:315–327, 1966.
- [11] Rodrigues J.R.P. Calculating derivatives for history matching in reservoir simulators. *SPE 93445*, 2005.

- [12] Rodrigues J.R.P. Calculating derivatives for automatic history matching. *Computat. Geosci.*, 10:119–136, 2006.
- [13] M. Landro. Quantitative use of 4d seismic data for reservoir description. *SPE J.*, 66(3):836, 2001.
- [14] Wright S. Nocedal J. *Numerical Optimization, 2nd ed.* Springer-Verlag, 2006.
- [15] Chen · Y. Oliver D. S. Recent progress on reservoir history matching: a review. *Computational Geosciences*, 15:185–221, 2011.
- [16] Liu N Oliver D.S., Reynolds A.C. *Inverse Theory for Petroleum Reservoir Characterization and History Matching.* cambridge University Press, 2008.
- [17] D. W. Peaceman. *Fundamental of Numerical Reservoir Simulation.* Elsevier Scientific Publishing Company, 1977.
- [18] Bissell R. Calculating optimal parameters for history matching. *Proc. 4th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*, 1994.
- [19] A. Tarantola. *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation.* Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005.
- [20] Reynolds A.C. Tavakoli R. SPE. History matching with parametrization based on the svd of a dimensionless sensitivity matrix. *SPE 118952*, 2009.